Principe additif

Ex 2-1 : ***Livres de mathématiques***

1) Amine a dans sa bibliothèque 50 livres de mathématiques en français et 40 livres de mathématiques en anglais (et aucun dans une autre langue).

Combien de livres de mathématiques Amine peut-il choisir ?

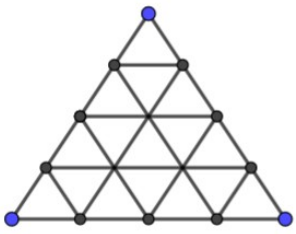
2) Zineb possède 30 livres de mathématiques en français.

Déterminer le nombre n de livres mathématiques français qui peuvent être consultés dans les deux bibliothèques.

Ex 2-2 : ***Nombre de triangles***

Déterminer le nombre

de triangles.



Produit cartésien – principe multiplicatif

Ex 2-3 : ***Nombre de menus***

Combien de menus différents peut-on composer si on a le choix entre 3 entrées, 2 plats et 4 desserts ?

Ex 2-4 : ***Garde robe***

Une femme a dans sa garde-robe 5 jupes, 6 chemisiers et 3 vestes.

Elle choisit au hasard une jupe, un chemisier et une veste.

De combien de façons différentes peut-elle s'habiller ?

Ex 2-5 : ***Poignées de main***

Deux équipes de foot de 14 et 16 joueurs échangent une poignée de main à la fin d'un match : chaque joueur d'une équipe serre la main de chaque joueur de l'autre équipe.

Combien de poignées de main ont été échangées ?

k-uplet

Ex 2-6 : ***QCM***

Un questionnaire à choix multiples, autorisant une seule réponse par question, comprend 20 questions.

Pour chaque question, on propose 3 réponses possibles.

De combien de façons peut-on répondre à ce questionnaire ?



Ex 2-7 : ***Système binaire et octet***

En informatique, on utilise le système binaire pour coder les caractères. Un bit est un élément qui prend la valeur 0 ou la valeur 1.

Avec 8 chiffres binaires (un octet), combien de caractères peut-on coder ?

Ex 2-8 : ***Numéros de téléphone***

1) Combien peut-on former de numéros de téléphone à 8 chiffres ?

2) Combien peut-on former de numéros de téléphone à 8 chiffres ne comportant pas les chiffres 0 et 1 ?

Arrangements



Ex 2-9 : ***Podium***

A l'occasion d'une compétition sportive groupant 12 athlètes, on attribue une médaille d'or, une d'argent, une de bronze.

Combien y-a-t-il de podiums possibles ?

Ex 2-10 : ***Pièces bonnes ou mauvaise – évènement contraire***

Dans un lot de 20 pièces fabriquées, 4 sont mauvaises.

On prélève quatre pièces de manière successive.

De combien de façon différentes peut-on en prélever 4 pièces dans les cas suivants :

1) les 4 pièces sont bonnes

2) Une au moins d'entre elles est mauvaise.

Ex 2-11 : ***L'ensemble des nombres de 4 chiffres – évènement contraire***

Soit Q l'ensemble des nombres de quatre chiffres, le premier étant non nul.

1) Calculer le nombre d'éléments de Q.

2) Dénombrer les éléments de Q :

a) composés de quatre chiffres distincts

b) composés d'au moins deux chiffres identiques

c) composés de quatre chiffres distincts autres que 3 et 9

Ex 2-12 : ***Code d'entrée d'un immeuble – évènement contraire***

Le code d'entrée d'un immeuble est constitué d'une lettre suivie d'un nombre de 3 chiffres distincts ou non.

1) Combien de codes différents peut-on former ?

2) Combien y a-t-il de codes sans le chiffre 0 ?

3) Combien y a-t-il de codes comportant au moins une fois le chiffre 0 ?

4) Combien y a-t-il de codes comportant des chiffres distincts ?

5) Combien y a-t-il de codes comportant au moins deux chiffres identiques ?

Permutations et anagrammes

Ex 2-13 : ***Liste de passage***

Dans une classe de terminale de 29 élèves, chaque élève doit être interrogé individuellement par le professeur de mathématique .
Il faut établir une liste de passage.

Combien y a-t-il de manières de constituer cette liste ?

Ex 2-14 : ***Anagrammes de « LOGARITHME »***

Combien y-a-t-il d'anagrammes du mot LOGARITHME ?

Définition : un anagramme est un mot formé en changeant de place les lettres d'un autre mot. (Une anagramme de gare est rage.)

Ex 2-15 : ***Anagrammes de « MATRICE »***

1) Dénombrer les anagrammes du mot MATRICE

2) Dans chacun des cas suivants, dénombrer les anagrammes du mot MATRICE :

a) commençant et finissant par une consonne

b) commençant et finissant par une voyelle

c) commençant par une consonne et finissant par une voyelle

d) commençant par une voyelle et finissant par une consonne

Ex 2-16 : ***Anagrammes de « COMPLEXE » , « MATHEMATIQUES » ...***

1) Combien y-a-t-il d'anagrammes du mot COMPLEXE ?

2) Combien y-a-t-il d'anagrammes du mot MATHEMATIQUES ?

3) Combien y-a-t-il d'anagrammes du mot ANAGRAMME ?

Combinaisons

Ex 2-17 : ***Groupe de 3***

Les élèves de Terminale (il y a 27 élèves dans la classe) doivent écrire un programme en Python par groupe de 3.

De combien de manières peut-on former ces groupes ?



Ex 2-18 : ***Loto***

Au loto, il y a 49 numéros. Une grille de loto est composée de 6 de ces numéros. Quel est le nombre de grilles différentes ?

Ex 2-19 : ***Tournoi sportif***

Un tournoi sportif compte 10 équipes .

Chaque équipe doit rencontrer toutes les autres une seule fois.

Combien doit-on organiser de matchs ?

Ex 2-20 : ***Chats et chiens***

De combien de façons différentes peut-on choisir 4 chiens et 3 chats parmi 12 chiens et 7 chats ?

Ex 2-21 : ***Délégués de classe***

Dans une classe de 30 élèves, on compte 17 garçons et 13 filles.

On procède à l'élection des délégués de classe.

1) Quel est le nombre de choix possibles ?

2) Quel est le nombre de choix si l'on impose un garçon et une fille ?

3) Quel est le nombre de choix si l'on impose 2 garçons ?

Ex 2-22 : ***Club de procrastination***

Camille et Alexandre font partie d'un club de procrastination de 20 membres.

On doit former un groupe constitué de cinq d'entre eux pour représenter le club à une conférence.

1) Combien de groupes de 5 membres peut-on constituer ?

2) Dans combien de ces groupes peut figurer Camille ?

3) Camille et Alexandre ne pouvant se supporter, combien de groupes de 5 membres (contenant l'un ou l'autre) peut-on constituer de telle façon que Camille et Alexandre ne se retrouvent pas ensemble ?

Ex 2-23 : ***Fort en programmation***

Dans une classe de terminale , on compte 12 élèves très forts en Python parmi les 30 élèves de la classe.

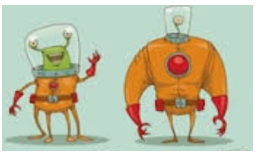
Pour un devoir en groupe à faire sur ordinateur, le professeur décide de faire des groupes de 4 élèves.

1) Quel est le nombre de groupes différents possibles ?

2) Quel est le nombre de groupes ne contenant aucun élève très fort en Python ?

3) Quel est le nombre d'échantillons contenant au moins un élève très fort en Python ?

Ex 2-24 : ***Groupe d'extraterrestres***



On constitue un groupe de 7 extraterrestres choisis parmi 25 martiens et 32 saturniens.

1) De combien de façons peut-on constituer ce groupe de 7 extraterrestres ?

2) Dans chacun des cas suivants, de combien de façons peut-on constituer ce groupe avec :

a) uniquement des martiens

b) des extraterrestres de la même planète

c) au moins un martien et au moins un saturnien

Dénombrements divers

Ex 2-25 : *Poker*



On tire simultanément 5 cartes d'un jeu de 32.

Cet ensemble de 5 cartes est appelé une "main"

1) Combien y a-t-il de mains différentes possibles ?

2) Dénombrer les mains de 5 cartes contenant :

a) un carré

b) deux paires distinctes

c) un full (trois cartes de même valeur, et deux autres de même valeurs. Exemple : 3 rois et 2 as)

d) un brelan (trois cartes de même valeur, sans full ni carré)

Ex 2-26 : *Au cinéma*

Quatre garçons et deux filles s'assoient dans une rangée de 6 places au cinéma.

1) Quel est le nombre de dispositions possibles ?

2) Quel est le nombre de dispositions possibles si les garçons sont d'un côté et les filles de l'autre ?

3) Quel est le nombre de dispositions possibles si chaque fille est intercalée entre deux garçons ?

4) Quel est le nombre de dispositions possibles si les filles veulent rester l'une à côté de l'autre ?

Ex 2-27 : ***Dans une urne : tirages successifs et simultanés***

Une urne contient 5 boules vertes (numérotés de 1 à 5) et 4 boules jaunes (numérotés de 1 à 4).

1) On tire successivement et au hasard 3 boules de l'urne, sans remettre la boule tirée. Calculer les probabilités des événements :

a) A : «tirer 3 boules vertes»

b) B : «ne tirer aucune boule verte »

c) C : «tirer au plus 2 boules vertes»

d) D : «tirer exactement 1 boule jaune»

2) On tire maintenant simultanément et au hasard 3 boules de l'urne.

Reprendre alors les questions a), b), c) et d).

Remarque :

On retrouve les mêmes résultats dans les deux parties.

En effet, tirer successivement sans remise 3 boules ou les tirer simultanément revient au même d'un point de vue probabilité.

Que l'on traite un tirage comme un arrangement ou une combinaison, les questions 1) et 2) fournissent le même résultat si on a conservé le même mode de comptage.

Python

Ex 2-28 : ***Triangle de Pascal***

1) On considère le programme ci-dessous écrit en Python :

```
1  pa=[1,2,1]
2  na=pa+[1]
3  print(na)
```

Que fait ce programme ?

2) On aimerait obtenir la ligne na=[1,3,3,1] du triangle de Pascal.

On constate que pour na[0] et na[3], il n'y a rien à faire.

Comment obtenir na[1] et na[2] à partir de la liste pa ?

3) Compléter le programme ci- dessous qui permet de générer le triangle de Pascal :

```
1  def Pascal(n):
2      pa=[1]
3      for k in range(n):
4          na= ……..
5          for i in range ( …… ):
6              ……..……..……..
7          pa=na
8      return(pa)
9
10 n=int(input("n="))
11 for i in range(……..……..):
12     print(……..……..)
```

4) Tester ce programme pour n=10.

EN ROUTE VERS LE BAC

Ex 2-29 : *Baccalauréat - Exercices 0 session 2024 – ex 5 (en partie)*

Dénombrement – sans justification

3. Une urne contient cinquante boules numérotées de 1 à 50. On tire successivement trois boules dans cette urne, **sans remise**. On appelle « tirage » la liste non ordonnée des numéros des trois boules tirées.

Quel est le nombre de tirages possibles, **sans tenir compte de l'ordre des numéros**?

a. 50^3 **b.** $1\times2\times3$ **c.** $50\times49\times48$ **d.** $\dfrac{50\times49\times48}{1\times2\times3}$

4. On effectue dix lancers d'une pièce de monnaie. Le résultat d'un lancer est « pile » ou « face ». On note la liste ordonnée des dix résultats.

Quel est le nombre de listes ordonnées possibles?

a. 2×10 **b.** 2^{10}

c. $1\times2\times3\times\cdots\times10$ **d.** $\dfrac{1\times2\times3\times\cdots\times10}{1\times2}$

5. On effectue n lancers d'une pièce de monnaie équilibrée. Le résultat d'un lancer est « pile » ou « face ». On considère la liste ordonnée des n résultats.

Quelle est la probabilité d'obtenir au plus deux fois « pile » dans cette liste?

a. $\dfrac{n(n-1)}{2}$ **b.** $\dfrac{n(n-1)}{2}\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

c. $1+n+\dfrac{n(n-1)}{2}$ **d.** $\left(1+n+\dfrac{n(n-1)}{2}\right)\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

Ex 2-30 : *Baccalauréat Polynésie 20 juin 2024 – ex 2 (en partie)*

Dénombrement – sans justification

4. Une professeure enseigne la spécialité mathématiques dans une classe de 31 élèves de terminale.

Elle veut former un groupe de 5 élèves. De combien de façons différentes peut-elle former un tel groupe de 5 élèves?

A. 31^5 **B.** $31\times30\times29\times28\times27$

C. $31+30+29+28+27$ **D.** $\binom{31}{5}$

5. La professeure s'intéresse maintenant à l'autre spécialité des 31 élèves de son groupe :

— 10 élèves ont choisi la spécialité physique-chimie ;
— 20 élèves ont choisi la spécialité SES ;
— 1 élève a choisi la spécialité LLCE espagnol.

Elle veut former un groupe de 5 élèves comportant exactement 3 élèves ayant choisi la spécialité SES. De combien de façons différentes peut-elle former un tel groupe?

A. $\binom{20}{3}\times\binom{11}{2}$ **B.** $\binom{20}{3}+\binom{11}{2}$

C. $\binom{20}{3}$ **D.** $20^3\times11^2$