LIMITES DE SUITES

Étudier la limite d'une suite (u_n), c'est examiner le comportement des termes u_n lorsque n prend des valeurs de plus en plus grandes vers $+\infty$.

Soit une suite (u_n).

cas 1

Intuitivement, si ***« u_n est aussi grand que l'on veut dès que n est assez grand »***, alors on dit que la suite (u_n) a pour limite $+\infty$.

On note : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

On dit aussi :

Pour tout entier naturel p, on peut trouver un rang à partir duquel tous les termes u_n sont supérieurs à 10^p.

Exemple : $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty$

cas 2

Intuitivement, si les termes u_n finissent par être négatifs et ***« si u_n est aussi grand que l'on veut en valeur absolue dès que n est assez grand »***, alors on dit que la suite (u_n) a pour limite $-\infty$.

On note : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$

Exemple : $\lim\limits_{n\to+\infty} -n^2 = -\infty$

Remarque : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty \Leftrightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} -u_n = +\infty$

cas 3 (suite convergente)

Soit L un réel donné.

Intuitivement, dire que (u_n) a pour limite L, signifie que lorsque n est de plus en plus grand, **« les nombres u_n correspondants viennent s'accumuler autour de L »**.

On note : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = L$

On dit aussi :

Pour tout entier naturel p, on peut trouver un rang à partir duquel tous les termes u_n sont à une distance de L inférieure à 10^{-p}.

Exemple : $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$

Remarque :

Si une suite (u_n) a une limite finie L, alors la limite L est unique.

cas 4

Aucun des trois cas ne se produit.

Exemple :

La suite (u_n) définie par $u_n = (-1)^n$ prend successivement les valeurs 1 et -1.
Ainsi (u_n) n'a pas pour limite $+\infty$, n'a pas pour limite $-\infty$ et n'a pas pour limite un réel.

Remarque : Une suite qui ne converge pas est **divergente**. (cas 1 , cas 2 , cas 4)