CALCUL DE DÉRIVÉES : COMPLÉMENTS

1) DÉRIVÉE DE $x \longmapsto [u(x)]^n$ (où n est un entier relatif non nul)

Propriétés :

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I et n un entier naturel non nul.
La fonction $f : x \longmapsto [u(x)]^n$ est dérivable sur I, et pour tout $x \in I$, on a

Remarque :

Si pour tout $x \in I$, $u(x) \neq 0$, cette formule est encore vraie pour un entier négatif non nul.

Exemple : Déterminer la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (3x^2 + 1)^5$

2) CAS GÉNÉRAL

Propriété :

Soit g une fonction dérivable sur un intervalle J et u est une fonction dérivable sur un intervalle I, telle que pour tout x de I, $u(x)$ appartient à J.
Alors la fonction f définie par $f(x) = g(u(x))$ est dérivable sur I et pour tout x de I, on a :

$$f'(x) = u'(x) \times g'(u(x))$$

Exemple : Déterminer sur $]0 ; +\infty[$ la dérivée de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{2x^3}$

Exemple : Déterminer la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$