ÉCRITURE EXPONENTIELLE D'UN NOMBRE COMPLEXE

1) NOTATION EXPONENTIELLE

Pour $\theta \in \mathbb{R}$, on convient de remplacer $\cos\theta + i\sin\theta$ par $e^{i\theta}$

Exemples :

- $2\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)=$
- $3\left(\cos\left(\left(\frac{2\pi}{7}\right)\right)+i\sin\left(\frac{2\pi}{7}\right)\right)=$
- $2\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)-i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)=$
- $-5(\cos(0)+i\sin(0))=$

Notation :

On appelle écriture **exponentielle** d'un nombre complexe, l'écriture :

Dans ce cas **le module** esr r et **l'argument** est θ à 2π près.

Remarque : Si $r=0$, le complexe est nul et il n'a pas d'argument.

Exemples :

- $2e^{\frac{i\pi}{3}}$, $3e^{i\frac{2\pi}{7}}$ et $2e^{-\frac{i\pi}{3}}$ sont des écritures exponentielles.
- $-5e^{i0}$ n'est pas une écriture exponentielle car

2) PRODUIT, QUOTIENT ET CONJUGUÉ

Propriétés :

Pour tous réels θ et θ', on a :

- $e^{i\theta}\times e^{i\theta'}=e^{i(\theta+\theta')}$
- $\frac{1}{e^{i\theta}}=e^{i(-\theta)}=e^{-i\theta}$
- $\frac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}}=e^{i(\theta-\theta')}$
- $\overline{e^{i\theta}}=e^{-i\theta}$

Preuve :

Soit deux réels θ et θ'.

En utilisant les formules de trigonométrie, on a :

On en déduit que $e^{i\theta}\times e^{i\theta'}=e^{i(\theta+\theta')}$

On démontre de même les autres formules.