I - Simplification d'une expression littérale

Conventions

Pour simplifier l'écriture d'une expression littérale, on peut supprimer le symbole × devant une lettre ou une parenthèse.
Pour tout nombre a, on peut écrire : $a \times a = a^2$ (qui se lit « a au carré ») ;
$a \times a \times a = a^3$ (qui se lit « a au cube »).

Remarque : On ne peut pas supprimer le signe × entre deux nombres.

Exemple : Simplifie l'expression suivante : $A = -5 \times x + 7 \times (-4) \times (3 \times x - 2)$.

$A = -5 \times x + 7 \times (-4) \times (3 \times x - 2)$	⟶	On repère tous les signes ×.
$A = -5x + 7 \times (-4)(3x - 2)$	⟶	On supprime les signes × placés devant une lettre ou une parenthèse.
$A = -5x - 28(3x - 2)$	⟶	On calcule si possible.

Propriété

L'opposé d'une somme algébrique est égal à la somme des opposés de chacun de ses termes.

Exemple 1 : Quel est l'opposé de la somme algébrique $a + b - 2ab$?

L'opposé de $a + b - 2ab$ est $-(a + b - 2ab) = -a + (-b) + 2ab = -a - b + 2ab$.

Remarque : Cette propriété permet de supprimer des parenthèses précédées d'un signe « – » dans une expression.

Exemple 2 : Supprime les parenthèses dans l'expression $B = 3x - (-2x^2 - 5xy + 4)$.

$B = 3x - (-2x^2 - 5xy + 4)$ $B = 3x + (+2x^2) + (+5xy) + (-4)$	⟶	On additionne les **opposés**.
$B = 3x + 2x^2 + 5xy - 4$	⟶	On simplifie l'expression.

II - Développement

A - La distributivité simple

Propriété

Pour tous nombres relatifs k, a et b :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$
$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

Exemple : Développe l'expression suivante : C = – 3,5(x – 2).

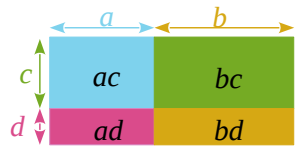
C = **– 3,5 ×** (x – 2)	⟶	On replace le signe × dans l'expression.
C = **(– 3,5) ×** x + **(– 3,5) ×** (– 2)	⟶	On distribue le facteur **– 3,5** aux termes x et – 2.
C = – 3,5x + 7	⟶	On calcule et on simplifie l'expression.

B - La double distributivité

Propriété

Pour tous nombres relatifs a, b, c et d :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$



Exemple : Développe et simplifie l'expression suivante : D = (3x + 1)(y – 4).

D = (3x + 1)(y + (– 4)).	⟶	On transforme la soustraction.
D = **3x ×** y + **3x ×** (– 4) + **1 ×** y + **1 ×** (– 4)	⟶	On applique la double distributivité.
D = 3xy – 12x + y – 4	⟶	On calcule les produits et on simplifie.

III - Factorisation et réduction

A - Factorisation

Propriété

Pour tous nombres relatifs k, a et b :

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$$

$$k \times a - k \times b = k \times (a - b)$$

Exemple : Factorise les expressions suivantes : E = 14a – 7b puis F = – x^2 + 3x.

Cas où le facteur commun est un nombre :

E = **7 ×** 2a – **7 ×** b	⟶	On met en évidence le facteur commun : **7**
E = 7 × (2a – b)	⟶	On met en facteur le nombre **7** puis on regroupe les facteurs restants.

Cas où le facteur commun est une lettre :

F = (– x) × x + 3 × x	⟶	On replace les signes × sous-entendus dans l'expression et on repère le facteur commun : x.
F = x(– x + 3)	⟶	On met en facteur x puis on regroupe les facteurs restants.

B - Réduction d'une somme algébrique

Définition

Réduire une somme algébrique, c'est l'écrire avec **le moins de termes** possibles.

Exemple 1 : Réduis l'expression : $G = 5x^2 + (3x - 4) - (2x^2 - 3) + 2x$.

$G = 5x^2 + 3x - 4 - 2x^2 + 3 + 2x$	⟶	On supprime les parenthèses.
$G = 5x^2 - 2x^2 + 3x + 2x - 4 + 3$	⟶	On regroupe les termes.
$G = (5 - 2)\,x^2 + (3 + 2)\,x - 1$	⟶	On factorise les termes en x et en x^2.
$G = 3x^2 + 5x - 1$	⟶	On simplifie.

Exemple 2 : Développe et réduis l'expression : $H = 7x(x - 6) + (3x - 2)(4x + 5)$.

$H = 7x(x - 6) + (3x - 2)(4x + 5)$.	⟶	On développe.
$H = 7x \times x - 7x \times 6 + (3x \times 4x + 3x \times 5 - 2 \times 4x - 2 \times 5)$		
$H = 7x^2 - 42x + 12x^2 + 15x - 8x - 10$	⟶	On supprime les parenthèses.
$H = 7x^2 + 12x^2 - 42x + 15x - 8x - 10$ $H = (7 + 12)x^2 + (-42 + 15 - 8)x - 10$	⟶	On regroupe les termes en x et en x^2.
$H = 19x^2 - 35x - 10$	⟶	On simplifie en ordonnant.

IV - Calculs pour une valeur (substitution)

Règle

Une expression littérale peut avoir plusieurs formes d'écriture, entre autres :
- une forme réduite ;
- une forme factorisée ;
- une forme développée ;
- une forme initiale...

Pour calculer la valeur numérique d'une expression, on substitue à l'inconnue sa valeur numérique.

Remarques :

- Mais avant la substitution, il est judicieux de choisir la forme la plus simple pour effectuer les calculs.
- Pour calculer la valeur numérique d'une expression littérale, il faut parfois faire apparaître quelques signes × sous-entendus.

Exemple : On propose de calculer J = $(x + 3)(3x - 1) + 5(x + 3)$ pour $x = 2$.

La forme réduite de J est : $3x^2 + 13x + 12$.

La forme factorisée de J est : $(x + 3)(3x + 4)$.

À l'aide de la forme initiale :

J = $(x + 3)(3x - 1) + 5(x + 3)$

J = $(2 + 3)(3 \times 2 - 1) + 5 \times (2 + 3)$ — 4 opérations

J = $5 \times 5 + 5 \times 5$ — 3 opérations

J = 50

La forme réduite :

J = $3x^2 + 13x + 12$

J = $3 \times 2^2 + 13 \times 2 + 12$ — 2 opérations

J = $3 \times 4 + 26 + 12$ — 3 opérations

J = 50

La forme factorisée :

J = $(x + 3)(3x + 4)$

J = $(2 + 3)(3 \times 2 + 4)$ — 3 opérations

J = 5×10 — 1 opération

J = 50

On constate que le calcul de J pour $x = 2$ est **plus simple** avec la forme factorisée.