I - Puissances entières d'un nombre relatif

A - Notations a^n et a^{-n}

Définitions

Pour tout nombre entier n positif non nul, pour tout nombre relatif a :

$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$ et, si a est non nul : $a^{-n} = \dfrac{1}{\underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}} = \dfrac{1}{a^n}$ et par convention : $a^0 = 1$.

a^n (lu « a **puissance** n ») est appelé **puissance** n-ième de a et n est appelé l'**exposant**.

Remarque : En particulier : $a^1 = a$ et $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$.

Exemple 1 : Donne l'écriture décimale des nombres : 2^4 et 10^{-3}.

$2^4 =$	$10^{-3} =$

Exemple 2 : Écris sous la forme d'une puissance les expressions : $3^2 \times 3^3$ et $\dfrac{2^3}{2^5}$.

$3^2 \times 3^3 =$	$\dfrac{2^3}{2^5} =$

B - Signe d'une puissance

Propriété

Pour tout nombre entier relatif n,

- Si a est **positif** alors a^n est
- Si a est **négatif** alors a^n est
  et

Exemple : Quel est le signe de A = $(-3)^4$ et de B = $(-2)^{-5}$?

-
-

II - Puissances de 10

A - Notations 10^n et 10^{-n}

Définitions

Pour tout nombre entier $n > 0$: $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots}_{n \text{ facteurs}} \times 10 = 1\underbrace{0\ldots0}_{n \text{ zéros}}$; $10^{-n} = \underbrace{0,0\ldots0}_{n \text{ zéros}}1 = \dfrac{1}{10^n}$ et $10^0 = 1$.

Remarque : Autrement dit, 10^{-n} est l'inverse de 10^{n}.

Exemple : Écris les nombres 100 000 ; 0,01 ; 100 et 0,000 001 sous la forme d'une puissance de 10.

100 000 =	0,01 =	100 =	0,000 001 =

B - Multiplication par une puissance de 10

Règle Soit n un nombre entier positif non nul

Multiplier un nombre par 10^{n} revient à décaler la virgule de
(on complète par des zéros si nécessaire).

Multiplier un nombre par 10^{-n} revient à décaler la virgule de
(on complète par des zéros si nécessaire).

Remarque : **Multiplier** par 10^{-n} revient

Exemple 1 : Donne l'écriture décimale des nombres $208{,}641 \times 10^{2}$ et $37{,}1 \times 10^{-3}$.

$208{,}641 \times \mathbf{10^{2}} =$	$37{,}1 \times \mathbf{10^{-3}} =$

Exemple 2 : Par combien faut-il multiplier 7,532 pour obtenir 75 320 ?
Par combien faut-il multiplier 7 pour obtenir 0,007 ?

- Pour passer de 7,532 à 75 320, on décale la virgule de donc il faut multiplier 7,532 par pour obtenir 75 320.
- Pour passer de 7 à 0,007, on décale la virgule de donc il faut multiplier 7 par pour obtenir 0,007.

C - Calculs avec des puissances de 10

Dans tout ce paragraphe, on considère deux nombres entiers relatifs m et p.

Règle du produit de deux puissances de 10

Exemple : Donne l'écriture décimale des nombres $A = 10^{4} \times 10^{3}$ et $B = 10^{-3} \times 10^{-7}$.

$A = 10^{4} \times 10^{3} =$

$B = 10^{-3} \times 10^{-7} =$

Règle du quotient de deux puissances de 10

Exemple : Écris les nombres $C = \dfrac{10}{10^{-3}}$ et $D = \dfrac{10^{-7}}{10^{3}}$ sous la forme d'une seule puissance de 10.

⟶ On remarque que $10 = 10^1$.

⟶ On applique la règle du quotient de deux puissances de 10. (Attention aux signes moins !)

⟶ On donne l'écriture demandée par l'énoncé.

⟶ On applique la règle du quotient de deux puissances de 10. (Attention aux signes moins !).

⟶ On donne l'écriture demandée par l'énoncé.

Règle des puissances de puissance de 10

Exemple 1 : Écris le nombre E = $\left(10^{-3}\right)^{-7} \times \left(10^{2}\right)^{-3}$ sous la forme d'une seule puissance de 10.

⟶ On applique la règle des puissances de puissance de 10.

⟶ On effectue les multiplications sur les exposants.

⟶ On applique la règle du produit de deux puissances de 10.

⟶ On donne l'écriture demandée par l'énoncé.

Attention :

Exemple 2 : Donne l'écriture décimale des nombres $F = 10^3 + 10^2$ et $G = 10^{-2} - 10^{-3}$.

$F = 10^3 + 10^2 =$	$G = 10^{-2} - 10^{-3} =$

III - Écriture scientifique

A - Une nouvelle écriture des nombres

Définitions

Tout nombre décimal non nul peut être écrit en **notation scientifique**,
c'est-à-dire sous la forme $a \times 10^n$, où a est un nombre décimal **ayant un seul chiffre non nul avant la virgule** et où n est un nombre **entier relatif**.
a est appelé **mantisse** du nombre.

Exemple : Écris le nombre A = 6 430 en notation scientifique.

A = **6 430**

A = ⟶ On déplace la virgule de manière à obtenir un nombre ayant un seul chiffre non nul avant la virgule puis on multiplie par la puissance de 10 de manière à avoir égalité.

L'écriture scientifique de A est donc

Exemple : Écris le nombre B = 0,0325 en notation scientifique.

B = **0,0325**

B = ⟶ On déplace la virgule de manière à obtenir un nombre ayant un seul chiffre non nul avant la virgule puis on multiplie par la puissance de 10 de manière à avoir égalité.

L'écriture scientifique de B est donc

B - Comparaison de nombres

Règle

Pour **comparer** deux nombres, on peut comparer leurs **ordres de grandeur** à l'aide de leurs **écritures scientifiques**.

En cas d'égalité des exposants, on compare alors les mantisses.

Exemple : Compare $A = 1{,}7 \times 10^{3}$ et $B = 2{,}5 \times 10^{-2}$ puis compare $C = 12{,}4 \times 10^{3}$ et $D = 3{,}1 \times 10^{4}$.

-

-