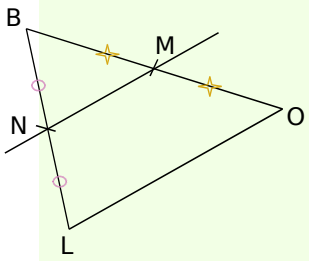
Chapitre G2 – Triangles et parallèles

Méthode 1 : Montrer que des droites sont parallèles

À connaître

Si, dans un **triangle**, une droite passe par les **milieux** de deux côtés du triangle
alors elle est **parallèle** au troisième côté.

Exemple : On donne la figure codée ci-dessous. Démontre que la droite (MN) est parallèle à la droite (OL).



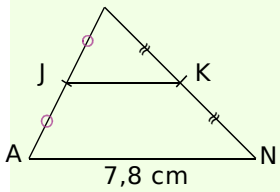
Données	Propriété	Conclusion
Les codages nous permettent d'affirmer que dans le triangle BOL : - M est le milieu de [BO] - N est le milieu de [BL].	Si, dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés alors elle est parallèle au troisième côté.	Donc (MN) //(OL).

Méthode 2 : Calculer une longueur connaissant des milieux

À connaître

Si, dans un **triangle**, un segment joint les **milieux** de deux côtés
alors sa longueur est **égale à la moitié** de celle du troisième côté.

Exemple : On donne la figure codée ci-dessous. Calcule la longueur JK.



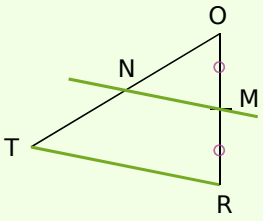
Données	Propriété	Conclusion
Les codages nous permettent d'affirmer que dans le triangle DAN : - J et K sont les milieux respectifs de [DA] et [DN] - AN = 7,8 cm.	Si, dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés alors sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté.	Donc $JK = \frac{AN}{2} = \frac{7,8}{2} = 3,9$. Ainsi JK = 3,9 cm.

Méthode 3 : Montrer qu'un point est le milieu d'un segment

À connaître

Si, dans un **triangle**, une droite passe par le **milieu** d'un côté et est **parallèle** à un second côté alors elle passe par le **milieu** du troisième côté.

Exemple : Soit TOR un triangle tel que M soit le milieu de [RO]. La parallèle à [TR] passant par M coupe [OT] en N. Démontre que N est le milieu de [OT].



les droites en vert sont parallèles entre elles

Données	Propriété	Conclusion
Dans le triangle TOR, on sait que : - M est le milieu du côté [RO] - (MN // (TR).	Si, dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un second côté alors elle passe par le milieu du troisième côté.	Donc N est le milieu de [OT].

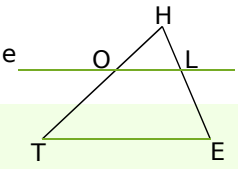
Méthode 4 : Calculer une longueur avec des rapports égaux

À connaître

Proportionnalité des longueurs dans un triangle :
Si, dans un triangle ABC, M est un point de [AB], N un point de [AC] et (MN) est parallèle à (BC) alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Remarque : On appelle parfois cette propriété la (petite) propriété de Thalès.

Exemple : Sur la figure suivante, les droites (OL) et (TE) sont parallèles. On donne HE = 5 cm, HL = 2 cm, TE = 7 cm et HO = 3 cm. Calcule les longueurs HT et OL.



Dans le triangle HTE :
- O ∈ [HT]
- L ∈ [HE]
- (OL) // (TE).

D'après la propriété de proportionnalité des longueurs dans un triangle :
$\frac{HO}{HT} = \frac{HL}{HE} = \frac{OL}{TE}$ soit $\frac{3}{HT} = \frac{2}{5} = \frac{OL}{7}$.

- D'une part : $2 \times HT = 3 \times 5$ soit $HT = \frac{3 \times 5}{2} = 7{,}5$ donc HT = 7,5 cm.
- D'autre part: $5 \times OL = 2 \times 7$ soit $OL = \frac{2 \times 7}{5} = 2{,}8$ donc OL = 2,8 cm

Méthode 5 : Agrandir, réduire dans le plan

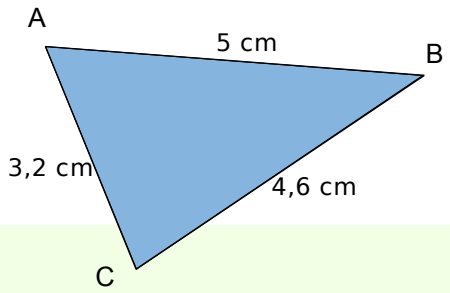
À connaître

Quand deux figures ont la **même forme** et des **longueurs proportionnelles**, on dit que l'une est l'agrandissement ou la réduction de l'autre.
Dans un agrandissement ou une réduction les **mesures des angles**, la **perpendicularité** et le **parallélisme** sont conservés.

Remarques : Si F est un agrandissement de F' alors F' est une réduction de F.

Le coefficient de proportionnalité est le rapport d'agrandissement ou de réduction.

Exemple 1 : Le triangle AEF est un agrandissement de rapport 1,2 du triangle ABC de la figure ci-contre tel que E appartienne à [AB] et F appartienne à [AC]. Calcule les longueurs des côtés du triangle AEF.



Comme AEF est un agrandissement de ABC de rapport 1,2 alors ses dimensions sont 1,2 fois celles du triangle ABC.

On en déduit alors que :

$AE = 1{,}2 \times AB = 1{,}2 \times 5 = 6$ soit AE = 6 cm.

$AF = 1{,}2 \times AC = 1{,}2 \times 3{,}2 = 3{,}84$ soit AF = 3,84 cm.

$EF = 1{,}2 \times BC = 1{,}2 \times 4{,}6 = 5{,}52$ soit EF = 5,52 cm.

Exemple 2 : Le triangle GRD est rectangle en R tel que GR = 6 cm et RD = 8 cm. Le triangle PTI est une réduction de rapport 0,5 du triangle GRD, tel que l'angle $\widehat{PTI}$ soit la réduction de l'angle $\widehat{GRD}$. Quelle est la nature du triangle PTI ? Calcule TP et TI.

Comme PTI est une réduction de GRD de rapport 0,5 alors les mesures d'angles sont conservées :

$\widehat{PTI} = \widehat{GRD} = 90°$. Donc le triangle PTI est rectangle en T.

De plus, ses dimensions sont 0,5 fois celles du triangle GRD :
On en déduit alors que :

$TP = 0{,}5 \times GR = 0{,}5 \times 6 = 3$ soit TP = 3 cm.

$TI = 0{,}5 \times RD = 0{,}5 \times 8 = 4$ soit TI = 4 cm.