Chapitre N2 – Les Fractions

Méthode 1 : Utiliser l'égalité

À connaître

Si on multiplie (ou si on divise) le numérateur et le dénominateur d'un nombre en écriture fractionnaire par un même nombre non nul alors on obtient un quotient égal.

Remarque : $\frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$ et $\frac{2}{-3} = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3} = -\frac{-2}{-3}$.

Exemple 1 : Simplifie la fraction $\frac{42}{-140}$.

$$\frac{42}{-140} = -\frac{42}{140} = -\frac{3\times2\times7}{10\times7\times2} = -\frac{3}{10}$$

Exemple 2 : Détermine le nombre manquant $\frac{-1,2}{6} = \frac{\ldots}{18}$.

$$\frac{-1,2}{6} \overset{\times 3}{=} \frac{\ldots}{18}$$

Pour passer de 6 à 18, on multiplie par 3, donc pour trouver le nombre manquant, on multiplie – 1,2 par 3, ce qui donne – 3,6.

À connaître

Pour réduire des nombres en écriture fractionnaire au même dénominateur, on cherche un multiple commun non nul aux dénominateurs (le plus petit possible) et on détermine les nombres en écriture fractionnaire ayant ce nombre pour dénominateur.

Exemple 3 : Réduis les fractions au même dénominateur : A = $\frac{2}{7}$ et B = $\frac{3}{8}$.

Les dénominateurs 7 et 8 n'ont aucun diviseur commun autre que 1. Le plus petit multiple commun est donc 7 × 8 = 56, donc :

$$A = \frac{2\times8}{7\times8} = \frac{16}{56} \text{ et } B = \frac{3\times7}{8\times7} = \frac{21}{56}.$$

Exemple 4 : Compare les fractions : C = $\frac{1}{24}$ et D = $\frac{5}{16}$.

On réduit d'abord au même dénominateur. Les dénominateurs 24 et 16 ont des diviseurs communs, donc on cherche un multiple non nul commun à 16 et 24.

Multiples de 24 : 24 ; **48** ; 72 ; 96... Multiples de 16 : 16 ; 32; **48** ; 64 ...

Le plus petit multiple commun à 16 et 24 est 48.

Il suffit ensuite d'appliquer l'exemple 2 : C = $\frac{1\times2}{24\times2} = \frac{2}{48}$ et D = $\frac{5\times3}{16\times3} = \frac{15}{48}$.

Or $\frac{2}{48} < \frac{15}{48}$ donc $\frac{1}{24} < \frac{5}{16}$.

Méthode 2 : Utiliser les produits en croix

À connaître

Si deux nombres en écriture fractionnaire sont égaux alors leurs produits en croix sont égaux.
Réciproquement, si les produits en croix de deux nombres en écriture fractionnaire sont égaux alors ces deux nombres sont égaux.

Remarque : En particulier, pour démontrer que deux nombres en écriture fractionnaire ne sont pas égaux, il suffit de démontrer que leurs produits en croix ne sont pas égaux.

Exemple : Les nombres $\frac{2,1}{3,5}$ et $\frac{4,1}{6,9}$ sont-ils égaux ? Justifie.

$2,1 \times 6,9 = 14,49$

$3,5 \times 4,1 = 14,35$ ⟶ On calcule les produits en croix et on les compare.

$14,49 \neq 14,35$ ⟶ Les produits en croix ne sont pas égaux donc les nombres ne sont pas égaux.

Méthode 3 : Additionner ou soustraire

À connaître

Pour additionner (ou soustraire) des nombres en écriture fractionnaire :
- on réduit les nombres au même dénominateur ;
- on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

Exemple : Calcule l'expression $A = -1 + \frac{13}{30} - \frac{-11}{12}$.

Multiples de 30 : 30 ; 60 ; 90 ; 120 ...
Multiples de 12 : 12 ; 24 ; 36 ; 48 ; 60 ... ⟶ On cherche le plus petit multiple commun non nul à 30 et 12.

$A = \frac{-60}{60} + \frac{13 \times 2}{30 \times 2} + \frac{11 \times 5}{12 \times 5}$ ⟶ On réduit les fractions au même dénominateur 60.

$A = \frac{-60}{60} + \frac{26}{60} + \frac{55}{60}$ ⟶ On additionne les numérateurs et on garde le dénominateur.

$A = \frac{-60 + 26 + 55}{60}$

$A = \frac{21}{60} = \frac{7}{20}$ ⟶ On simplifie si possible.

Méthode 4 : Trouver l'inverse d'un nombre

À connaître

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.
Tout nombre x non nul admet un inverse (noté x^{-1}) qui est le nombre $\frac{1}{x}$.
Tout nombre en écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$ ($a \neq 0$ et $b \neq 0$) admet un inverse qui est le nombre $\frac{b}{a}$.

Remarques : Zéro est le seul nombre qui n'admet pas d'inverse.
Un nombre et son inverse ont toujours le même signe.
L'inverse de l'inverse d'un nombre est ce nombre lui-même.

Exemple : Donne les inverses des nombres 3 et $\frac{-7}{3}$.

L'inverse de 3 est $3^{-1} = \frac{1}{3}$.

L'inverse de $\frac{-7}{3}$ est $\frac{1}{\frac{-7}{3}} = \frac{3}{-7} = \frac{-3}{7}$

Méthode 5 : Diviser

À connaître

Diviser par un nombre non nul, c'est multiplier par son inverse.

Exemple 1 : Calcule A = $\frac{-8}{7} \div \frac{5}{-3}$ et donne le résultat en simplifiant le plus possible.

$A = +\left(\frac{8}{7} \div \frac{5}{3}\right)$ ⟶ On s'occupe d'abord du signe : le résultat est positif car il y a un nombre pair de facteurs négatifs.

$A = \frac{8}{7} \times \frac{3}{5}$ ⟶ On multiplie par l'inverse de la deuxième fraction.

$A = \frac{8 \times 3}{7 \times 5} = \frac{24}{35}$ ⟶ On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux en simplifiant si possible.