I - Système de deux équations

Définitions

$\begin{cases} 7x + 2y = 8 \\ -3x + y = -9 \end{cases}$ est un **système de deux équations** du premier degré à **deux inconnues** désignées par les lettres x et y.
Un couple de nombres $(x\ ;\ y)$ est **solution d'un système** s'il vérifie simultanément les deux égalités.

Exemple : Le couple $(2\ ;\ -3)$ est-il solution du système $\begin{cases} 7x + 2y = 8 \\ -3x + y = -9 \end{cases}$?

II - Résolution

Définition

Résoudre un système de deux équations à deux inconnues revient à déterminer **tous les couples de nombres $(x\ ;\ y)$** qui vérifient simultanément les deux équations.

A - Résolution par combinaisons

Exemple : Résous le système $\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ 4x + 5y = 1 \end{cases}$ par combinaisons.

Détermination d'une des inconnues

On cherche à éliminer l'inconnue y pour se ramener à une équation du premier degré à une inconnue.

→ On multiplie les deux membres de la première équation par et ceux de la seconde par

→ On obtient ainsi des coefficients opposés devant y dans les deux équations.

→ On ajoute membre à membre les deux équations du système ainsi obtenu pour éliminer y.

→ On résout cette équation à une inconnue pour trouver la valeur de x.

Détermination de l'autre inconnue

→ On remplace x par dans l'une des deux équations pour trouver y (ici la deuxième).

→ On trouve

On vérifie ensuite que le couple est une solution effective de ce système.

Remarque : Pour trouver la valeur de y, on pouvait aussi éliminer l'inconnue x.

B - Résolution par substitution

Exemple : Résous le système $\begin{cases} -4x + y = -7 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$ par substitution.

→ On exprime y en fonction de x à l'aide de la première équation.

→ On remplace (substitue) y par dans la deuxième équation.

→ On résout l'équation à une inconnue ainsi obtenue pour trouver la valeur de x.

→ On remplace x par dans l'équation trouvée à la première étape pour trouver la valeur de y.

Donc, si $\begin{cases} -4x + y = -7 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$ alors

On vérifie ensuite que le couple (2 ; 1) est une solution effective de ce système en appliquant ce qui a été vu **partie I**. On en déduit que (2 ; 1) est la solution de ce système.

III - Étapes pour résoudre un problème

Un musée propose un tarif pour les adultes à 8 € et un autre pour les enfants à 4,50 €. Lors d'une journée, ce musée a reçu la visite de 193 personnes et la recette totale a été de 1 414,50 €.
Retrouve le nombre d'adultes et le nombre d'enfants ayant visité le musée lors de cette journée.

Étape n°1 : Choisir les inconnues

On repère les inconnues.
On les note généralement x et y.

Étape n°2 : Mettre le problème en équation

→ **On exprime les informations données** dans l'énoncé en fonction de x et de y.

→ L'énoncé se traduit donc par le système ci-contre.

Étape n°3 : Résoudre le système. On trouve x =156 et y =37 (voir **partie II**).
Étape n°4 : Vérifier que le couple trouvé est solution du problème (voir **partie I**).
Étape n°5 : Conclure.