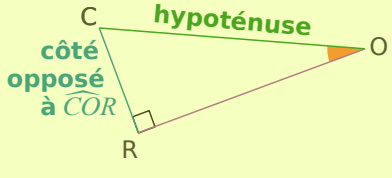
I - Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu

A - Définitions

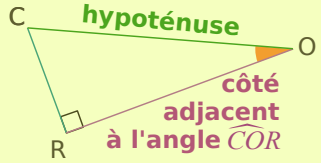
Définition

Dans un **triangle rectangle** :
- **le sinus d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur de l'hypoténuse.
- **le cosinus d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par la longueur de l'hypoténuse.
- **la tangente d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur du côté adjacent à cet angle.

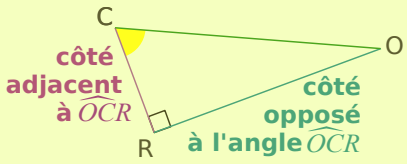
Exemple : Le triangle COR est rectangle en R. Écris les formules donnant le sinus et le cosinus de l'angle $\widehat{COR}$ puis la formule donnant la tangente de l'angle $\widehat{OCR}$.



$\sin \widehat{COR} = \frac{RC}{CO}$



$\cos \widehat{COR} = \frac{RO}{CO}$



$\tan \widehat{OCR} = \frac{RO}{RC}$

Remarques :

- Le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont toujours compris entre 0 et 1.
- La tangente d'un angle aigu est un nombre strictement positif.

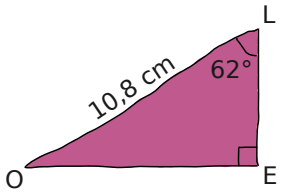
B - Applications

Exemple 1 : Calculer une longueur

On considère un triangle LEO rectangle en E tel que :
LO = 10,8 cm et $\widehat{ELO} = 62°$.

a. Calcule la longueur du côté [OE] arrondie au millimètre.

b. Puis, calcule la longueur du côté [EL] arrondie au millimètre.



a. Dans le triangle LEO rectangle en E,
[LO] est l'hypoténuse ;
[OE] est le côté opposé à l'angle

$\sin \widehat{ELO} = \frac{OE}{LO}$

$OE = LO \times \sin \widehat{ELO}$

$OE = 10,8 \times \sin 62$

$OE \approx 9,54$ cm (à 1 mm près)

→ On cite les données de l'énoncé qui permettent de choisir la relation trigonométrique à utiliser.
On doit utiliser le sinus de l'angle $\widehat{ELO}$.

→ On écrit le sinus de l'angle connu.
(La longueur cherchée doit apparaître dans le rapport.)

→ On applique la règle des produits en croix.

→ On saisit $10,8 \times$ SIN⁻¹ SIN 62 à la calculatrice.

→ OE est inférieure à LO. Le résultat est cohérent.

b. Pour calculer la longueur du segment [EL], on peut utiliser deux méthodes différentes.

Première méthode : On utilise le théorème de Pythagore dans le triangle LEO rectangle en E.

$LO^2 = OE^2 + EL^2$

$10{,}8^2 = (10{,}8 \times \sin 62)^2 + EL^2$

$EL^2 = 10{,}8^2 - (10{,}8 \times \sin 62)^2 \approx 25{,}7$

$EL \approx 5{,}07$ cm (à 1 mm près).

Il est préférable de travailler avec la valeur exacte de OE.

Deuxième méthode : On utilise une deuxième relation trigonométrique.

Dans le triangle LEO rectangle en E,
[LO] est l'hypoténuse ;
[EL] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{ELO}$.

→ On cite les données de l'énoncé qui permettent de choisir la relation trigonométrique à utiliser.
On doit utiliser le cosinus de $\widehat{ELO}$.

$\cos \widehat{ELO} = \dfrac{EL}{LO}$ → On écrit le cosinus de l'angle connu.
(La longueur cherchée doit apparaître dans le rapport.)

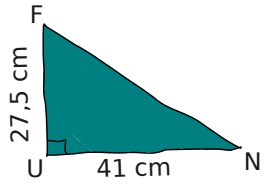
$EL = LO \times \cos \widehat{ELO}$ → On applique la règle des produits en croix.

$EL = 10{,}8 \times \cos 62$ → On saisit 10,8 × COS 62 à la calculatrice.

$EL \approx 5{,}07$ cm. → EL est inférieure à LO.
Le résultat est cohérent.

Exemple 2 : Calculer un angle

Soit FUN un triangle rectangle en U tel que :
UN = 41 cm et UF = 27,5 cm.
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{UNF}$ arrondie au degré.



Dans le triangle FUN rectangle en U,
[FU] est le côté opposé à l'angle $\widehat{UNF}$;
[UN] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{UNF}$.

→ On cite les données de l'énoncé qui permettent de choisir la relation trigonométrique à utiliser.
On doit utiliser la tangente de $\widehat{UNF}$.

$\tan \widehat{UNF} = \dfrac{UF}{UN}$ → On écrit la tangente de l'angle recherché.

$\text{Tan } \widehat{UNF} = \dfrac{41}{27{,}5}$

$\widehat{UNF} \approx 34°$ (à 1° près). → On saisit 2nde ou SHIFT puis TAN (41 ÷ 27,5) à la calculatrice.

II - Relations trigonométriques

Propriétés

Pour tout angle aigu $\hat{A}$,

$$(\cos \hat{A})^2 + (\sin \hat{A})^2 = 1 \quad \text{et} \quad \tan \hat{A} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}.$$

Remarque : La première formule peut aussi s'écrire $\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A} = 1$.

Exemple :

a. Calcule la valeur exacte de cos $\hat{A}$ sachant que $\hat{A}$ est un angle aigu tel que sin $\hat{A} = 0{,}7$.

b. Puis calcule la valeur exacte de tan $\hat{A}$.

a. $\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A} = 1$ donc $\cos^2 \hat{A} = 1 - \sin^2 \hat{A} = 1 - 0{,}7^2 = 1 - 0{,}49 = 0{,}51$.
Le cosinus d'un angle aigu est un nombre positif donc $\cos \hat{A} = \sqrt{0{,}51} \approx 0{,}71$ (à 0,01 près).

b. $\tan \hat{A} = \dfrac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}} = \dfrac{0{,}7}{\sqrt{0{,}51}} \approx 0{,}98$ (à 0,01 près).