Chapitre G2 – Trigonométrie

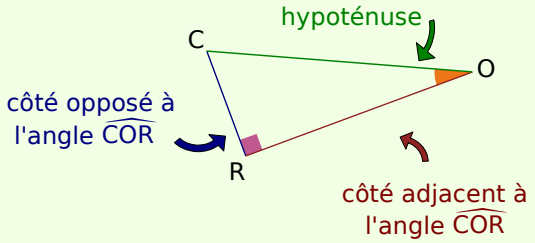
Méthode 1 : Écrire les relations liant angles et longueurs

À connaître

Dans un **triangle rectangle**,
- **le cosinus d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par la longueur de l'hypoténuse ;
- **le sinus d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur de l'hypoténuse ;
- **la tangente d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur du côté adjacent à cet angle.

Remarques : Le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont toujours compris entre 0 et 1.
La tangente d'un angle aigu est un nombre supérieur à 0.

Exemple : Le triangle COR est rectangle en R. Écris les formules donnant le cosinus et le sinus de l'angle $\widehat{COR}$ puis la formule donnant la tangente de l'angle $\widehat{RCO}$.



Le triangle COR est rectangle en R donc

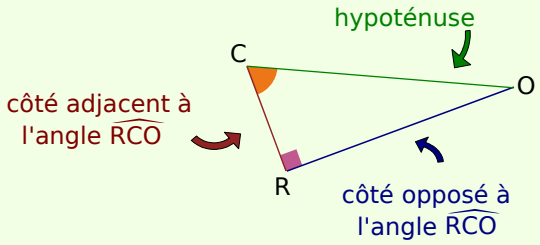
$$\cos \widehat{COR} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{COR}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos \widehat{COR} = \frac{RO}{CO}$$

et

$$\sin \widehat{COR} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{COR}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin \widehat{COR} = \frac{RC}{CO}.$$



Le triangle COR est rectangle en R donc

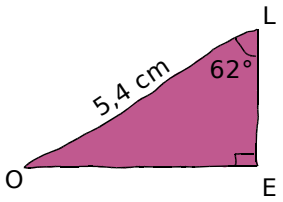
$$\tan \widehat{RCO} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{RCO}}{\text{côté adjacent à } \widehat{RCO}}$$

$$\tan \widehat{RCO} = \frac{RO}{RC}.$$

Méthode 2 : Calculer des longueurs

Exemple 1 : On considère un triangle LEO rectangle en E tel que LO = 5,4 cm et $\widehat{ELO} = 62°$.

Calcule la longueur du côté [EL] arrondie au millimètre.



Dans le triangle LEO rectangle en E,
[LO] est l'hypoténuse ;
[EL] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{ELO}$.
On doit utiliser le cosinus de l'angle $\widehat{ELO}$. → On cite les données de l'énoncé qui permettent de choisir la relation trigonométrique à utiliser.

$\cos \widehat{ELO} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{ELO}}{\text{hypoténuse}}$

$\cos \widehat{ELO} = \dfrac{EL}{LO}$ → On écrit le cosinus de l'angle connu. (La longueur cherchée doit apparaître dans le rapport.)

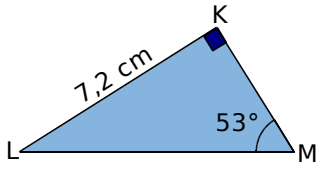
$EL = LO \times \cos \widehat{ELO}$ → On applique la règle des produits en croix.

$EL = 5,4 \times \cos 62°$ → On saisit 5,4 × COS 62.

$EL \approx 2,5$ cm. → EL est inférieure à LO.
Le résultat est cohérent.

Exemple 2 : On considère KLM un triangle rectangle en K tel que KL = 7,2 cm et $\widehat{LMK} = 53°$.

Calcule la longueur du côté [LM] arrondie au millimètre.



Dans le triangle KLM rectangle en K,
[LK] est le côté opposé à l'angle $\widehat{LMK}$;
[LM] est l'hypoténuse.
On doit utiliser le sinus de l'angle $\widehat{LMK}$. → On cite les données de l'énoncé qui permettent de choisir la relation trigonométrique à utiliser.

$\sin \widehat{LMK} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{LMK}}{\text{hypoténuse}}$

$\sin \widehat{LMK} = \dfrac{KL}{LM}$ → On écrit le sinus de l'angle connu. (La longueur cherchée doit apparaître dans le rapport.)

$LM = \dfrac{KL}{\sin \widehat{LMK}}$ → On applique la règle des produits en croix.

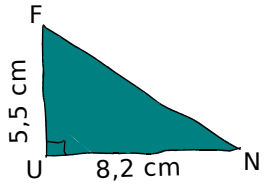
$LM = \dfrac{7,2}{\sin 53°}$ → On saisit 7,2 ÷ SIN 53.

$LM \approx 9$ cm. → LM est supérieure à KL.
Le résultat est cohérent.

Méthode 3 : Calculer la mesure d'un angle

Exemple : Soit FUN un triangle rectangle en U tel que UN = 8,2 cm et UF = 5,5 cm.

Calcule la mesure de l'angle $\widehat{UNF}$ arrondie au degré.



Dans le triangle FUN rectangle en U,
[FU] est le côté opposé à l'angle $\widehat{UNF}$;
[UN] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{UNF}$.
On doit utiliser la tangente de l'angle $\widehat{UNF}$.

→ On cite les données de l'énoncé qui permettent de choisir la relation trigonométrique à utiliser.

$$\tan \widehat{UNF} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{UNF}}{\text{côté adjacent à } \widehat{UNF}}$$
$$\tan \widehat{UNF} = \frac{UF}{UN}$$

→ On écrit la tangente de l'angle recherché.

$$\tan \widehat{UNF} = \frac{5,5}{8,2}$$
$\widehat{UNF} \approx 34°$.

→ On saisit 2nde ou SHIFT puis TAN^{-1} TAN (5,5 ÷ 8,2).

Méthode 4 : Utiliser les formules de trigonométrie

À connaître

Pour tout angle aigu $\widehat{A}$, $(\cos \widehat{A})^2 + (\sin \widehat{A})^2 = 1$ et $\tan \widehat{A} = \dfrac{\sin \widehat{A}}{\cos \widehat{A}}$.

Remarque : La première formule peut aussi s'écrire $\cos^2 \widehat{A} + \sin^2 \widehat{A} = 1$.

Exemple : Calcule la valeur exacte de $\sin \widehat{A}$ et $\tan \widehat{A}$ sachant que $\widehat{A}$ est un angle aigu tel que $\cos \widehat{A} = 0,8$.

- $\cos^2 \widehat{A} + \sin^2 \widehat{A} = 1$ donc $\sin^2 \widehat{A} = 1 - \cos^2 \widehat{A} = 1 - 0,8^2 = 1 - 0,64 = 0,36$.

  Le sinus d'un angle aigu est un nombre positif donc $\sin \widehat{A} = \sqrt{0,36} = 0,6$.

- $\tan \widehat{A} = \dfrac{\sin \widehat{A}}{\cos \widehat{A}} = \dfrac{0,6}{0,8} = 0,75$.