Chapitre N9 – Statistiques, Probabilités

Méthode 1 : Déterminer des caractéristiques d'une série statistique donnée sous forme de liste ou de tableau

À connaître

On appelle **médiane** m d'une série statistique dont les valeurs sont ordonnées tout nombre qui partage cette série en deux groupes de même effectif.
Le **premier quartile** d'une série statistique est la plus petite valeur Q_1 telle qu'au moins 25 % des valeurs sont inférieures ou égales à Q_1.
Le **troisième quartile** d'une série statistique est la plus petite valeur Q_3 telle qu'au moins 75 % des valeurs sont inférieures ou égales à Q_3.
L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs prises par cette série.

Exemple 1 : Voici le temps consacré, en minutes, au petit-déjeuner par 16 personnes.

16 12 1 9 17 19 13 10 4 8 7 8 14 12 14 9

Détermine une valeur médiane, les valeurs des premier et troisième quartiles, ainsi que l'étendue de cette série statistique.

On commence par ranger les 16 valeurs dans l'ordre croissant.

1 4 7 **8** 8 9 9 **10** **12** 12 13 **14** 14 16 17 19

- Tout nombre compris entre la 8e et la 9e valeur peut être considéré comme médiane. En général, on prend la demi-somme de ces deux valeurs : m = **11**. (La moitié de ce groupe consacre moins de 11 minutes au petit-déjeuner.)
- 25 % et 75 % de 16 sont égaux à 4 et 12 donc le premier quartile est la 4e valeur, soit Q_1 = **8**, et le troisième quartile est la 12e valeur, soit Q_3 = **14**.
- 19 − 1 = 18 donc l'étendue est 18.

Exemple 2 : On donne la répartition des notes à un contrôle dans une classe de 27 élèves.

Note sur 20	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Effectif	2	3	5	2	1	6	3	3	2

Détermine une valeur médiane, les valeurs des premier et troisième quartiles, ainsi que l'étendue de cette série statistique.

On commence par calculer les effectifs cumulés croissants.

Note sur 20	7	8	**9**	10	11	**12**	**13**	14	15
Effectifs cumulés	2	5	**10**	12	13	**19**	**22**	25	27

- L'effectif total est de 27. Or 27 ÷ 2 = 13,5 donc la médiane est la 14e note : m = **12**. Cette valeur partage la série en deux groupes de même effectif : un groupe de 13 notes inférieures ou égales à 12 et un groupe de 13 notes supérieures ou égales à 12.
- 25 % et 75 % de 27 sont égaux à 6,75 et 20,25 donc le premier quartile est la 7e valeur, soit Q_1 = **9**, et le troisième quartile est la 21e valeur, soit Q_3 = **13**.
- 15 − 7 = 8 donc l'étendue est 8.

Méthode 2 : Calculer des probabilités

Exemple 1 : Détermine la probabilité de tirer un as ou un trèfle dans un jeu de 32 cartes.

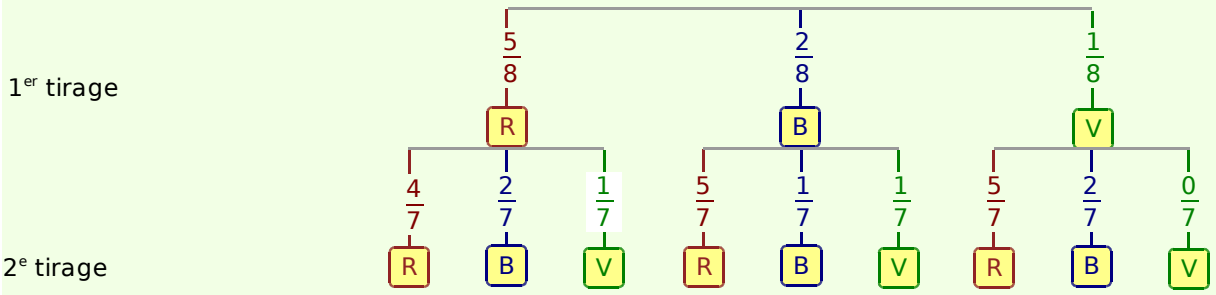
Dans un jeu de 32 cartes, il y a quatre as et huit trèfles (dont un as). Il y a donc onze chances sur 32 de tirer un as ou un trèfle soit une probabilité de $\frac{11}{32}$.

Exemple 2 : Un joueur de tennis a droit à deux tentatives pour réussir sa mise en jeu. Fabbio réussit sa première balle de service dans 65 % des cas. Quand il échoue, il réussit la seconde dans 80 % des cas. Quelle est la probabilité pour qu'il commette une double faute (c'est-à-dire qu'il échoue deux fois de suite) ?

Ce joueur réussit sa première balle de service dans 65 % des cas, ce qui signifie qu'il échoue dans 35 % des cas.
Parmi ces 35 % de cas-là, il réussit sa deuxième balle de service dans 80 % des cas, ce qui signifie qu'il échoue une nouvelle fois dans 20 % des cas.
Ainsi, 20 % de 35 % des mises en jeu effectuées ne sont pas réussies. La probabilité pour qu'il commette une double faute est donc de $\frac{20}{100} \times \frac{35}{100}$ soit $\frac{7}{100}$.
(Autrement dit, Fabbio commet une double faute dans 7 % des cas.)

Exemple 3 : Dans une urne, il y a cinq boules rouges (R), deux boules bleues (B) et une boule verte (V), indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules. Détermine la probabilité de tirer deux boules de la même couleur.

On peut représenter tous les résultats sur un arbre en indiquant sur les branches correspondantes la probabilité de chaque résultat lors des deux tirages.
(L'expérience s'effectuant sans remise, il restera sept boules au second tirage.).



On suppose que l'on reproduit un grand nombre de fois l'expérience :
dans $\frac{5}{8}$ des cas, on obtiendra R au premier tirage et dans $\frac{4}{7}$ de ces cas, on obtiendra R une nouvelle fois lors du deuxième tirage.

Donc, il y aura $\frac{5}{8} \times \frac{4}{7}$ soit $\frac{20}{56}$ des expériences qui donneront comme résultat (R, R).

De même, il y aura $\frac{2}{8} \times \frac{1}{7}$ soit $\frac{2}{56}$ des expériences qui donneront comme résultat (B, B)
et $\frac{1}{8} \times \frac{0}{7}$ c'est-à-dire aucune expérience qui donnera comme résultat (V, V).

La proportion d'expériences donnant deux boules de même couleur est donc de $\frac{20}{56} + \frac{2}{56}$ soit $\frac{22}{56}$.
La probabilité d'obtenir la même couleur est donc $\frac{22}{56}$.