INEQUATIONS, SYSTEMES D'EQUATIONS

1) INEQUATIONS

A) INEGALITES ADDITIONS ET MULTIPLICATIONS

- Si $a < b$ (ou $\leq$) alors , $a + c < b + c$ (ou $\leq$) et $a - c < b - c$ (ou $\leq$)

On ne change pas le sens d'une inégalité en ajoutant ou en retranchant un même nombre aux deux membres d'une inégalité.

- Si $a < b$ (ou $\leq$) et $\mathbf{c > 0}$ alors, $ac < bc$ (ou $\leq$) et $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ (ou $\leq$)

On ne change pas le sens d'une inégalité en multipliant ou en divisant par un même nombre strictement ***positif*** *les deux membres d'une inégalité.*

- Si $a < b$ (ou $\leq$) et $\mathbf{c < 0}$ alors, $ac > bc$ (ou $\geq$) et $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ (ou $\geq$)

On change le sens d'une inégalité en multipliant ou en divisant par un même nombre strictement ***négatif*** *les deux membres d'une inégalité.*

Ex :

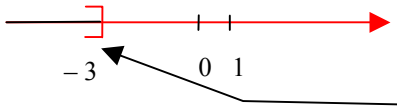
$a = -5$, $b = -3$ et $c = 2$
On a $-5 < -3$
Donc $(-5) \times 2 < (-3) \times 2$
Et $-10 < -6$

$a = -5$, $b = -3$ et $c = -2$
On a $-5 < -3$
Donc $(-5) \times (-2) > (-3) \times (-2)$
Et $10 > 6$

B) RESOLUTION D'UNE INEQUATION

Résoudre une inéquation à une inconnue x , c'est rechercher tous les nombres x vérifiant cette inéquation . Ces nombres sont **les solutions** de l'inéquation.

Ex : Résoudre l'inéquation $\frac{x}{3} - \frac{3}{2} < x + \frac{1}{2}$ et représenter les solutions sur une droite graduée.

METHODE	RESOLUTION	COMMENTAIRES
• Cela ressemble à la résolution d'une équation. **Mais attention au sens** des inégalités quand on multiplie (ou divise) les deux membres par un même nombre.	$\frac{x}{3} - \frac{3}{2} < x + \frac{1}{2}$ càd $\frac{2x}{6} - \frac{9}{6} < \frac{6x}{6} + \frac{3}{6}$ càd $2x - 9 < 6x + 3$ càd $2x - 6x < 3 + 9$ càd $-4x < 12$ (*) càd $x > \frac{12}{-4}$ càd $x > -3$	On réduit au même dénominateur On supprime le dénominateur, en multipliant les deux membres par 6 (on ne change pas le sens car $6 > 0$) On divise les deux membres par -4 (on change le sens car $-4 < 0$)
• Conclure : Faire une représentation graphique	Représentation graphique des solutions :  Les solutions sont représentées en rouge.	– 3 n'est pas solution

Rem :

A l'étape (*) , on aurait peu obtenir $-12 < 4x$ et ainsi éviter d'avoir un coefficient négatif devant x … (à vous de choisir !)

2) SYSTEMES DE DEUX EQUATIONS DU PREMIER DEGRE A DEUX INCONNUES

A) DEFINITION

- L'équation $3x - 2y = 5$ est **une équation du premier degré à deux inconnues.**
  Elle admet une infinité de solutions : **les couples** $(1 ; -1)$ et $(\frac{1}{3} ; -2)$ par exemple

- $2x^2 + 3y = 7$ n'est pas une équation du premier degré .

- $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 3y = 9 \end{cases}$ est **un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.**

  Le couple $(3 ; 2)$ vérifie les deux équations ; on dit que Le couple $(3 ; 2)$ est **une solution du système**.

  Le couple $(1 ; -1)$ ne vérifie pas les deux équations ; ce couple n'est donc pas une solution du système.

Résoudre un système de deux équations du premier degré à deux inconnues x et y , c'est rechercher le (ou les) couple (s) de nombres (x ; y) vérifiant à la fois les deux équations.

Rem : Il n'y a pas forcément de solution et il peut aussi y avaoir une infinité de solutions.

B) RESOLUTION D'UN SYSTEME DE DEUX EQUATIONS DU PREMIER DEGRE A DEUX INCONUES

Résoudre le système (S) : $\begin{cases} 3x - 2y = 5 & (L1) \\ x + 3y = 9 & (L2) \end{cases}$

RESOLUTION PAR SUBSTITUTION

METHODE	RESOLUTION	COMMENTAIRES
• Exprimer x en fonction de y (ou y en fonction de x) à l'aide de la première ou de la deuxième équation • Remplacer ensuite x par cette expression dans la deuxième équation, ce qui permet de trouver y.	• (L 2) permet d'écrire : $x = 9 - 3y$ • En remplaçant x par $9 - 3y$ dans (L1) , on obtient : $3(9 - 3y) - 2y = 5$ càd $27 - 9y - 2y = 5$ càd $22 = 11y$ càd $y = 2$	Il ne faut pas partir tête baissée … Il faut essayer de choisir l'expression qui facilite le plus les calculs. On obtient une équation à une inconnue (y ici)
• Calculer x en utilisant la valeur de y	• En remplaçant y par 2 dans $x = 9 - 3y$, on obtient : $x = 9 - 3 \times 2 = 9 - 6 = 3$	On a trouvé y On a trouvé x
• Vérifier que le couple (x ; y) trouver est bien solution du système	• Vérifions que le couple $(3 ; 2)$ est solution du système (S) : $3 \times 3 - 2 \times 2 = 9 - 4 = 5$ $3 + 3 \times 2 = 3 + 6 = 9$	Attention à l'ordre !
• Conclure	• Le couple $(3 ; 2)$ est donc l'unique solution du système (S)	

RESOLUTION PAR COMBINAISON (OU ELIMINATION)

METHODE	RESOLUTION	COMMENTAIRES
• On multiplie les deux équations par des nombres bien choisis afin d'obtenir le même coefficient devant x (ou y si c'est plus simple)	• On multiplie les deux membres de l'équation (L2) par 3 . On obtient : $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \ (L1) \\ 3(x + 3y) = 3 \times 9 \ (L'2 \leftarrow 3\,L2) \end{cases}$ càd $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \ (L1) \\ 3x + 9y = 27 \ (L'2) \end{cases}$	Cette écriture signifie que l'on a multiplié les 2 membres de l'équation (L2) par 3 et que l'on a appelé la nouvelle équation (L'2)
• On soustrait (ou additionne) membre à membre pour éliminer x (ou y)	• On soustrait membre à membre (L'2) à (L1) ; On obtient : $3x - 2y - (3x + 9y) = 5 - 27$ càd $-11y = -22$ càd $y = 2$	On a trouvé y
• On remplace y par sa valeur dans une des équations.	• On remplace y par 2 dans (L1) . On obtient : $3x - 2 \times 2 = 5$ càd $3x = 9$ càd $x = 3$	On a trouvé x
• Vérifier que le couple (x ; y) trouver est bien solution du système • Conclure	• … déjà vu ! • … ça aussi !	

3) RESOLUTION D'UN PROBLEME DU PREMIER DEGRE

Les 4 étapes à suivre …

1) Choix de l'inconnue (ou des inconnues)

2) Mise en équation (s) ou en inéquation (s) du problème. (càd traduire l'énoncé en langage mathématique)

3) Résolution de l'équation, de l'inéquation ou du système.

4) Vérification et interprétation du résultat.