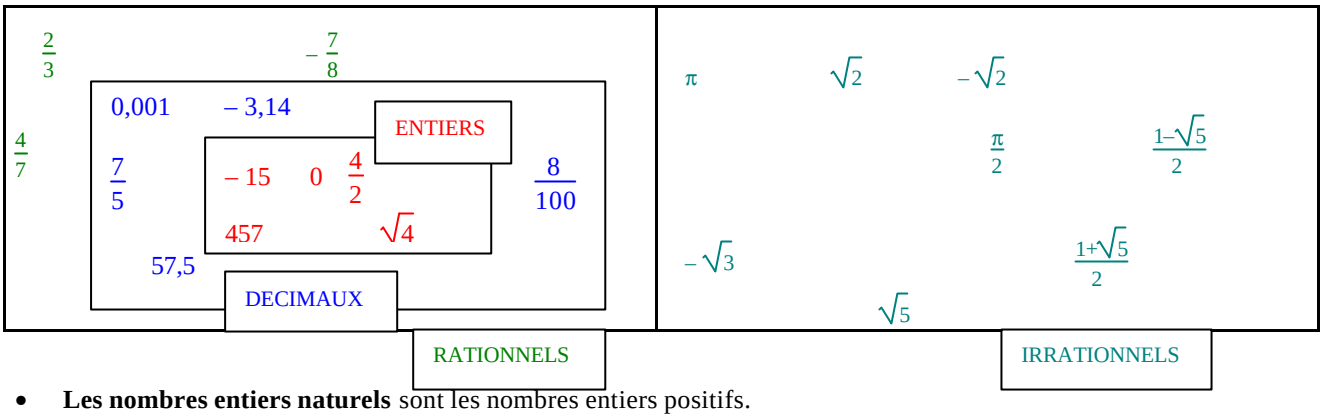
ARITHMETIQUE

L'arithmétique est une branche des mathématiques (aussi ancienne que la géométrie) dont l'objet est l'étude des propriétés des nombres entiers. Dans ce chapitre nous étudierons essentiellement les entiers naturels.

Dans ce chapitre a et b désignent deux entiers naturels non nuls .

1) PRESENTATION DE DIFFERENTS TYPES DE NOMBRES



- **Les nombres entiers naturels** sont les nombres entiers positifs.
- **Les nombres décimaux** ont une écriture décimale admettant un nombre fini de chiffres (autres que zéro) après la virgule
- **Les nombres rationnels** peuvent s'écrire sous la forme d'un quotient de deux nombres entiers relatifs .
- **Les nombres irrationnels** sont les nombres qui ne sont pas rationnels.

2) RAPPEL : divisibilité par 2, par 5, par 3, par 9 et par 10

Un nombre entier naturel est divisible par :	**Exemples :**
• **2** , s'il se termine par un nombre pair (0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8)	44 , 69850 , 4785248
• **5** , s'il se termine par 0 ou 5	35 , 54545575 , 534564540
• **3** , si la somme de ses chiffres est divisible par 3	3000030 , 50001030 , 1111116
• **9** , si la somme de ses chiffres est divisible par 9	9981 , 7776 , 111111111
• **10** , s'il se termine par 0	150, 5454545450 , 422580

3) DIVISEURS COMMUNS A DEUX ENTIERS NATURELS

Définition

Un diviseur commun à a et b est un entier naturel qui divise a et qui divise b .

Ex :

Les diviseurs de 24 sont : { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24 }
Les diviseurs de 36 sont : { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 ; 36 }
Les diviseurs communs à 24 et 36 sont donc : { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12 }

Définition

Parmi les diviseurs communs à a et b, l'un d'eux est plus grand que les autres.
On l'appelle **P**lus **G**rand **C**ommun **D**iviseur (**PGCD**) ; on le note PGCD (a ; b)

Ex : PGCD (24 , 36) = 12

Rem :

- 1 est toujours un diviseur commun à a et b
- Les diviseurs communs à a et b sont les diviseurs de PGCD (a ; b) .

Définition

Lorsque PGCD (a ; b) =1 on dit que a et b sont **premiers entre eux**.

Le seul diviseur commun est 1

Ex :

- 15 et 22 sont premiers entre eux car les diviseurs communs de 15 sont {1 ; 3 ; 5 ; 15 } et ceux de 22 sont { 1 ; 2 ; 11 ; 22 } ; donc 1 est le seul diviseur commun , c'est à dire PGCD (15 ; 22) = 1
- 81891 et 3429 ne sont pas premiers entre eux car 9 est un diviseur commun à 81891 et 3429.

Rem :

- Pour tout entier naturel a , les nombres 1 et a sont premiers entre eux.

4) FRACTIONS IRREDUCTIBLES

Définition

Une fraction est **irréductible** si son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

Ex :

- 15 et 22 sont premiers entre eux , la fraction $\frac{15}{22}$ est donc irréductible .
- 9 est un diviseur commun à 81891 et 3429 , la fraction $\frac{81891}{3429}$ n'est donc pas irréductible .

Si on simplifie une fraction par le PGCD de son numérateur et de son dénominateur, on obtient une fraction irréductible.

Ex : On a PGCD (24 , 36) = 12

Ainsi $\frac{24}{36} = \frac{12\times 2}{12\times 3} = \frac{2}{3}$