CONFIGURATIONS DU PLAN – QUELQUES RAPPELS

1) POLYGONES

A) PARALLELOGRAMME

Définition :

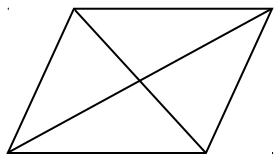
Un quadrilatère ayant ses côtés opposés parallèles est **un parallélogramme**.

Propriété :

Un parallélogramme admet un centre de symétrie ; c'est le point d'intersection de ses diagonales.

Conséquences :

- ***Dans*** un parallélogramme, les diagonales ont même milieu.
- ***Dans*** un parallélogramme, les côtés opposés ont la même longueur.
- ***Dans*** un parallélogramme, les angles opposés ont la même mesure.



Comment reconnaître un parallélogramme :

- ***Si*** les diagonales d'un quadrilatère ont même milieu, ***alors*** c'est un parallélogramme.
- ***Si*** un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de même longueur, ***alors*** c'est un parallélogramme.
- ***Si*** un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, ***alors*** c'est un parallélogramme.

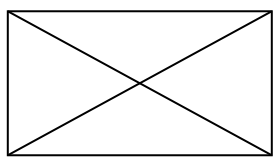
B) PARALLELOGRAMMES PARTICULIERS

Le rectangle, le losange et le carré sont des ***parallélogrammes particuliers*** ; ils possèdent donc ***toutes*** les propriétés des parallélogrammes.

RECTANGLE

Définition :

Un quadrilatère ayant quatre angles droits est **un rectangle**.



Propriété supplémentaire du rectangle :

Dans un rectangle, les diagonales ont la même longueur.

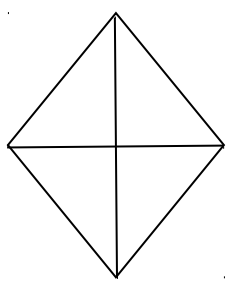
Comment reconnaître un rectangle :

- ***Si*** un quadrilatère a trois angles droits, ***alors*** c'est un rectangle.
- ***Si*** un parallélogramme a un angle droit, ***alors*** c'est un rectangle.
- ***Si*** un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.

LOSANGE

Définition :

Un quadrilatère ayant quatre côtés de même longueur est **un losange**.



Propriété supplémentaire du losange :

Dans un losange, les diagonales sont perpendiculaires.

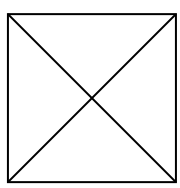
Comment reconnaître un losange :

- ***Si*** un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, ***alors*** c'est un losange.
- ***Si*** un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, ***alors*** c'est un losange.

CARRE

Définition :

Un quadrilatère à la fois rectangle et losange est **un carré**.



Remarques :

- Un carré possède donc ***toutes*** les propriétés du losange et ***toutes*** celles du rectangle.
- Pour montrer qu'un quadrilatère est un carré, on montre que c'est un losange et un rectangle.

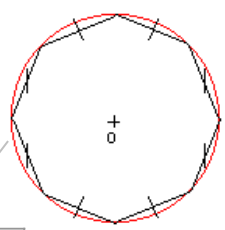
C) POLYGONES REGULIERS

Définition :

Un polygone régulier est un polygone dont tous les côtés ont la même longueur et dont tous les angles ont la même mesure.

Propriété :

Il existe un cercle passant par tous les sommets d'un polygone régulier . Ce cercle est appelé cercle circonscrit au polygone régulier et le centre de ce cercle est appelé le centre du polygone régulier



Par exemple, ce polygone est un octogone

2) LES DROITES REMARQUABLES DU TRIANGLE

MEDIATRICES

Définition :

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et passant par son milieu.

Les médiatrices d'un triangle sont les médiatrices des côtés du triangle.

Propriété :

La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment.

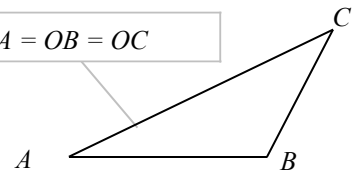
$M \in d \Leftrightarrow MA = MB$



Point de concours :

Dans un triangle, les trois médiatrices sont concourantes en un point O qui est **le centre du cercle circonscrit** à ce triangle.

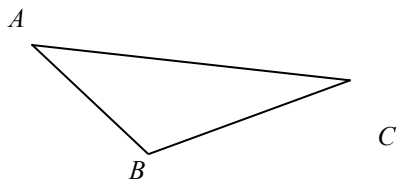
$OA = OB = OC$



HAUTEURS

Définition :

La hauteur relative à un côté d'un triangle est la droite perpendiculaire à ce côté et passant par le sommet opposé à ce côté.



Point de concours :

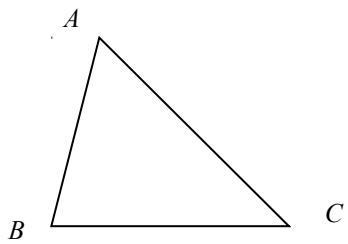
Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes en un point H qui est appelé **l'orthocentre** de ce triangle.

BISSECTRICES

Définition :

La bissectrice d'un angle est la droite qui partage cet angle en deux angles de même mesure.

Les bissectrices d'un triangle sont les bissectrices des trois angles du triangle.



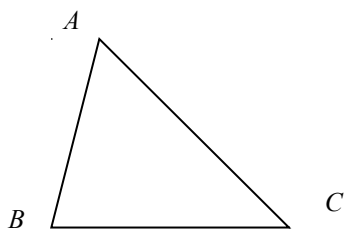
Point de concours :

Dans un triangle, les trois bissectrices sont concourantes en un point I qui est **le centre du cercle inscrit** dans ce triangle.

MEDIANES

Définition :

La médiane relative à un côté d'un triangle est la droite passant par le milieu de ce côté et par le sommet opposé à ce côté.



Point de concours :

Dans un triangle, les trois médianes sont concourantes en un point G qui est appelé **le centre de gravité** de ce triangle.

G est situé au deux tiers de chaque médiane à partir du sommet correspondant.
I est équidistant des trois côtés : $IM = IN = IP$
Les trois côtés du triangle sont tangents au cercle inscrit.

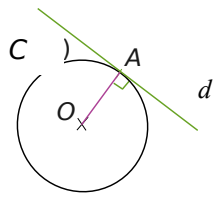
Remarques :

- Dans un triangle isocèle en A , la hauteur issue de A (c'est à dire relative au côté $[BC]$) est aussi médiane, médiatrice de $[BC]$ et bissectrice de $\widehat{ABC}$. Cette droite est l'axe de symétrie du triangle isocèle.
- Dans un triangle équilatéral, chacun des axes de symétrie est aussi hauteur, médiane, bissectrice et médiatrice de ce triangle. Le centre du cercle inscrit, le centre du cercle circonscrit, le centre de gravité et l'orthocentre sont donc confondus.

3) CERCLES

Définition :

- **Le cercle** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M du plan tels que $OM = r$.
- **Le disque** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M du plan tels que $OM \leqslant r$.
- **La tangente** à un cercle de centre O en un point A est la droite passant par A et perpendiculaire au rayon $[OA]$.



4) PYTHAGORE ET THALES

PYTHAGORE

Le théorème :

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

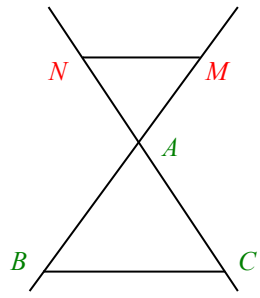
La réciproque :

Si dans un triangle ABC, on a la relation $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle est rectangle en A.

THALES

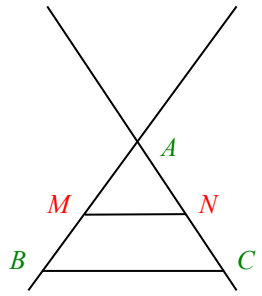
Le théorème :

- Soit ABC un triangle.
- Soit M un point de (AB) , distinct de A.
- Soit N un point de (AC) , distinct de A.
- Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles



La réciproque :

- Soit ABC un triangle.
- Soit M un point de (AB) , distinct de A.
- Soit N un point de (AC) , distinct de A.
- Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$,
- et si les points A , B , M sont alignés dans **le même ordre** que les points A , C , N



Remarque :

"La droite des milieux" est un cas particulier du théorème de Thalès et de sa réciproque.

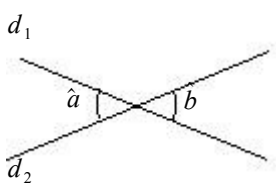
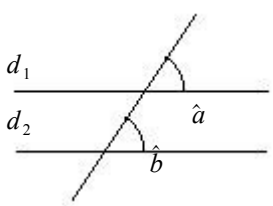
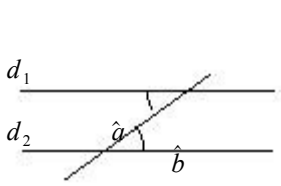
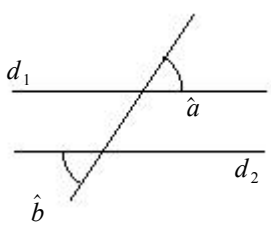
5) ANGLES

A) SOMME DES ANGLES D'UN TRIANGLE

Propriété :

Dans tout triangle ABC, on a : $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$

B) ANGLES ET DROITES

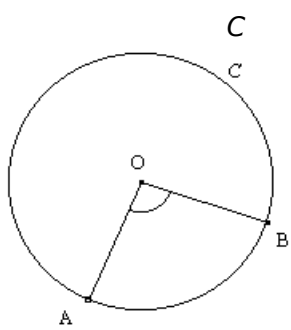
Angles opposés par le sommet	Angles correspondants	Angles alternes internes	Angles alternes externes
			
$\hat{a} = \hat{b}$	$d_1 // d_2 \Leftrightarrow \hat{a} = \hat{b}$	$d_1 // d_2 \Leftrightarrow \hat{a} = \hat{b}$	$d_1 // d_2 \Leftrightarrow \hat{a} = \hat{b}$

C) ANGLES INSCRITS - ANGLES AU CENTRE

Définition :

Soit A et B deux points distincts du cercle $\mathcal{C}$ de centre O.

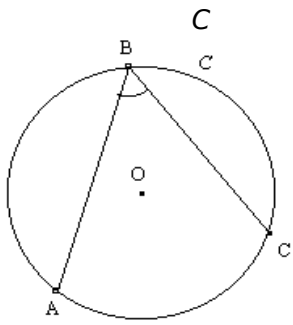
$\widehat{AOB}$ est un **angle au centre** du cercle $\mathcal{C}$. Il intercepte l'arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$



Définition :

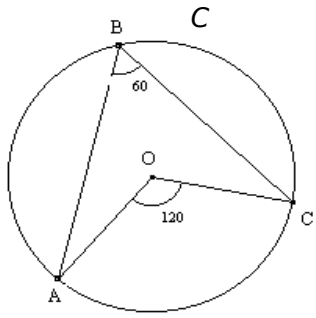
Soit A , B et C trois points du cercle $\mathcal{C}$ de centre O.

$\widehat{ABC}$ est un **angle inscrit** dans le cercle $\mathcal{C}$. Il intercepte l'arc de cercle $\overset{\frown}{AC}$.



Propriété :

La mesure d'un angle inscrit est égale à la moitié de celle de l'angle au centre qui intercepte le même arc.

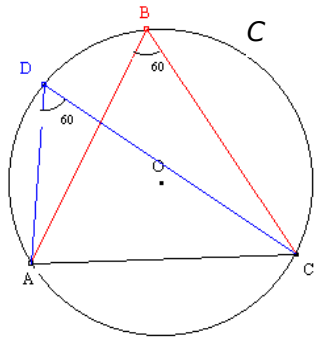


En supposant B et O dans le même demi-plan de frontière (AC), on a :

$$\widehat{ABC} = \frac{1}{2}\ \widehat{AOC}$$

Propriété :

Deux angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure.



En supposant B et D dans le même demi-plan de frontière (AC), on a :

$$\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$$

Remarque :

Si $[AC]$ est un diamètre, on a :

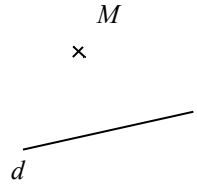
$\widehat{ADC} = \widehat{ABC} = 90°$

6) SYMETRIES

***M* a pour image *M'* signifie :**

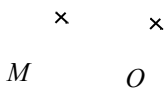
Symétrie orthogonale ou réflexion d'axe *d* :

- Si $M \in d$, alors $M' = M$
- Si $M \notin d$, alors d est la médiatrice de $[MM']$



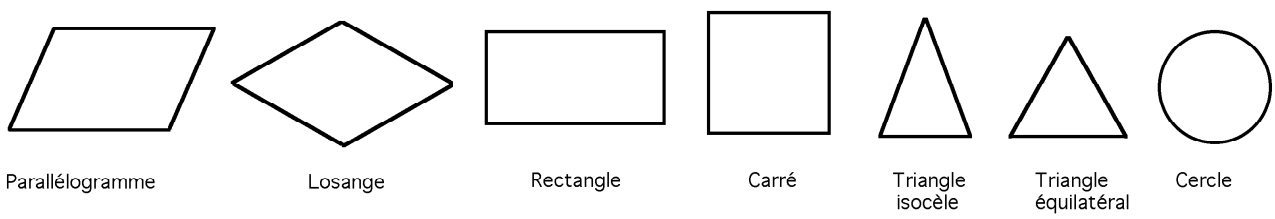
Symétrie centrale de centre O :

O est le milieu de $[MM']$



Définition :

On dit qu'une figure possède un **axe de symétrie** d , si elle est sa propre image par la réflexion d'axe d .
On dit qu'une figure possède un **centre de symétrie** I , si elle est sa propre image par la symétrie de centre I.



Remarques :

Les symétries conservent les longueurs, les angles, l'alignement, les milieux et les aires.

Par une symétrie :

- l'image d'une droite est une droite.
- deux droites parallèles ont pour images deux droites parallèles.
- deux droites perpendiculaires ont pour images deux droites perpendiculaires.
- l'image d'un segment $[AB]$ est un segment $[A'B']$ de même longueur ; de plus le milieu I de $[AB]$ a pour image le milieu I' de $[A'B']$. On dit qu'il y a conservation du milieu.
- l'image d'un cercle C de centre O et de rayon r et un cercle C' de centre O' (image de O) et de même rayon r .
- l'image d' un polygone est un polygone de même nature et de mêmes dimensions. (triangle , parallélogramme , rectangle , carré ...)