TPAP1 **Devoir Surveillé n ° 2**

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Barème :	**Nom :**
1) 6 pts **2)** 3 pts **3)** 5 pts **4)** 6 pts	

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …*

Ex 1 :

Un réparateur de bicyclettes a acheté 20% de son stock de pneus à un premier fournisseur, 50 % à un deuxième et le reste à un troisième . Le premier fournisseur produit 70% de pneus sans défaut, le deuxième 90% et le troisième 80%.

On note F_i :« acheter au ième fournisseur » pour $i=1$, $i=2$ et $i=3$ et D : « le pneu est défectueux »

a) Exprimer les probabilités de chacun de ces trois événements.

b) Construire l'arbre de probabilité correspondant.

c) Le réparateur prend au hasard un pneu de son stock . Quelle est la probabilité que le pneu soit avec défaut ?

d) Le pneu choisi est sans défaut . Quelle est la probabilité qu'il vienne du deuxième fournisseur ?

Ex 2 :

On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes.
On considère les événements A : « la carte tirée est une dame» et B : « la carte tirée est un coeur »

Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Ex 3 :

On choisit aléatoirement un entier compris entre 1 et 20 :
- s'il est premier on gagne 2 euros.
- si c'est un multiple de 4, on gagne un euro.
- sinon, on perd 3 euros.

On note X la variable aléatoire représentant le gain obtenu.

1) Déterminer $X(\Omega)$, puis la loi de probabilité de X.

2) Déterminer l'espérance de X

3) Le jeu est-il équitable ?

Ex 4 : Vrai ou faux (+1 par réponse juste , -0,5 par réponse fausse , 0 si pas de réponse – une note négative est ramenée à 0)

On considère une expérience aléatoire d'univers Ω .

1) Les ensembles Ω et $X(\Omega)$ ont le même nombre d'éléments.

2) Si x_1 et x_2 sont deux valeurs distinctes prises par une variable aléatoire X, alors les événements ($X=x_1$) et ($X=x_2$) sont incompatibles.

3) L'espérance $E(X)$ est un réel compris entre 0 et 1.

4) L'espérance $E(X)$ est un réel positif.

5) La variance $V(X)$ est un réel positif.

6) On a toujours $V(X)\geqslant\sigma(X)$

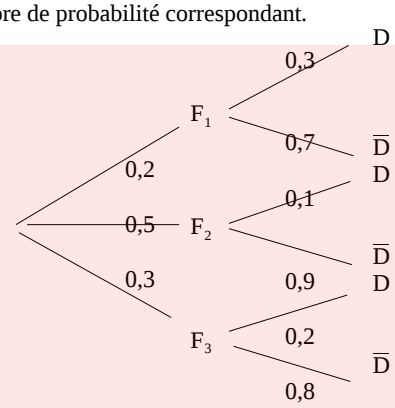
Correction :

Ex 1 :

Un réparateur de bicyclettes a acheté 20% de son stock de pneus à un premier fournisseur, 50 % à un deuxième et le reste à un troisième . Le premier fournisseur produit 70% de pneus sans défaut, le deuxième 90% et le troisième 80%.
On note F_i :« acheter au ième fournisseur » pour $i=1$, $i=2$ et $i=3$ et D : « le pneu est défectueux »
a) Exprimer les probabilités de chacun de ces trois événements.

$P(F_1)=0,2$, $P(F_2)=0,5$ et $P(F_3)=0,3$

b) Construire l'arbre de probabilité correspondant.



c) Le réparateur prend au hasard un pneu de son stock . Quelle est la probabilité que le pneu soit avec défaut ?

$P(D)=P(F_1\cap D)+P(F_2\cap D)+P(F_3\cap D)=0,2\times0,3+0,5\times0,1+0,3\times0,2=0,17$

d) Le pneu choisi est sans défaut . Quelle est la probabilité qu'il vienne du deuxième fournisseur ?

$P_{\overline{D}}(F_2)=\dfrac{P(\overline{D}\cap F_2)}{P(\overline{D})}=\dfrac{0,5\times0,9}{1-0,17}\approx 0,54$

Ex 2 :

On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes.
On considère les événements A : « la carte tirée est une dame» et
B : « la carte tirée est un coeur »
Les événement A et B sont-ils indépendants ?

$P(A)=\dfrac{4}{32}=\dfrac{1}{8}$ $P(B)=\dfrac{8}{32}=\dfrac{1}{4}$ $P(A\cap B)=\dfrac{1}{32}$ $P(A)\times P(B)=\dfrac{1}{8}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{32}$

On a $P(A\cap B)=P(A)P(B)$; les événements A et B sont donc indépendants.

Ex 3 :

On choisit aléatoirement un entier compris entre 1 et 20 :
- s'il est premier on gagne 2 euros.
- si c'est un multiple de 4, on gagne un euro.
- sinon, on perd 3 euros.

On note X la variable aléatoire représentant le gain obtenu.

1) Déterminer $X(\Omega)$, puis la loi de probabilité de X.

$X(\Omega)=$ {-3;1;2}

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
-3	2	2	1	2	-3	2	1	-3	-3	2	1	2	-3	-3	1	2	-3	2	1

x_i	-3	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{7}{20}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{8}{20}$

2) Déterminer l'espérance de $X5$

$$E(X)=-3\times\frac{7}{20}+1\times\frac{5}{20}+2\times\frac{8}{20}=0$$

3) Le jeu est-il équitable ?

$E(X)=0$, le jeu est donc équitable.

<u>Ex 4 :</u> Vrai ou faux (+1 par réponse juste , -0,5 par réponse fausse , 0 si pas de réponse – une note négative est ramenée à 0)

On considère une expérience aléatoire d'univers Ω .

1) Les ensembles Ω et $X(\Omega)$ ont le même nombre d'éléments. **F**

2) Si x_1 et x_2 sont deux valeurs distinctes prises par une variable aléatoire X, alors les événements $(X=x_1)$ et $(X=x_2)$ sont incompatibles. **V**

3) L'espérance $E(X)$ est un réel compris entre 0 et 1. **F**

4) L'espérance $E(X)$ est un réel positif. **F**

5) La variance $V(X)$ est un réel positif. **V**

6) On a toujours $V(X)\geqslant\sigma(X)$ **F**