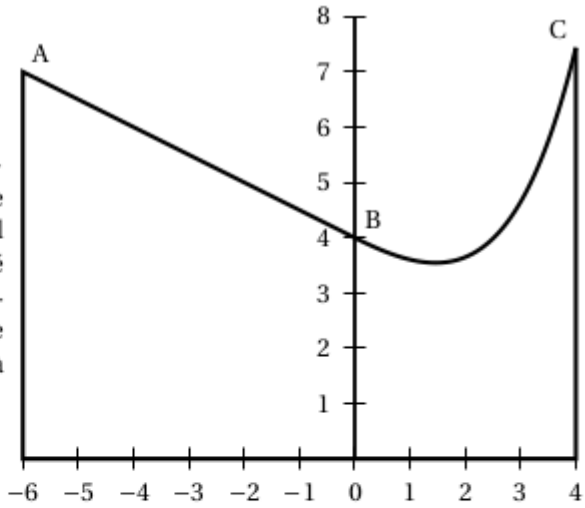
FEE1 **Devoir Surveillé n ° 4**

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …*

Baccalauréat STI Polynésie 11 juin 2012 :

L'organisateur d'une compétition de skateboard souhaite construire une piste dont le profil dans un plan est schématisé ci-contre dans un repère orthonormal, en convenant qu'une unité dans le repère correspond à 1 mètre.



Sur ce profil, on considère que :

- la piste entre les points A et B est rectiligne, elle est donc modélisée par un segment ;
- la piste entre les points B et C est modélisée par la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;4]$ par : $f(x) = 2 + \left(\frac{1}{4}x^2 - x + 2\right)\mathrm{e}^{\frac{x}{4}}$.

Partie A - Modélisation de la piste

Dans le repère, les coordonnées des points A et B sont respectivement A(−6 ; 7) et B(0 ; 4).

1. **Détermination graphique d'une équation de la droite (AB)**
   La droite (AB) a une équation du type $y = ax + b$, où a et b sont des réels que l'on va déterminer dans cette question.
   a. À partir des données de l'énoncé, donner la valeur du nombre b.
   b. En utilisant les coordonnées du point A, déterminer la valeur du nombre a.
2. **Raccordement de la droite (AB) avec la courbe représentative de la fonction f**
   On note f' la dérivée de f et $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le repère.
   a. Démontrer que pour tout nombre réel x : $f'(x) = \frac{1}{16}\left(x^2 + 4x - 8\right)\mathrm{e}^{\frac{x}{4}}$.
   b. Vérifier que le point B est situé sur la courbe $\mathscr{C}_f$ puis que la droite (AB) est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point B.

Partie B - Étude de la fonction f

1. **Étude des variations et du signe de la fonction f**
   - **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 + 4x - 8 = 0$.
   - **b.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;4]$.
   - **c.** Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;4]$. Préciser les valeurs, arrondies au dixième, du maximum et du minimum de la fonction f sur cet intervalle.
   - **d.** En déduire que, pour tout x de l'intervalle $[0\,;4]$, $f(x) > 3,5$.
2. **Calcul d'une intégrale**

   Soit F la fonction définie pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;4]$ par :

   $$F(x) = 2x + \left(x^2 - 12x + 56\right)\mathrm{e}^{\frac{x}{4}}.$$

   - **a.** Démontrer que F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;4]$.
   - **b.** En déduire la valeur exacte de l'intégrale $I = \displaystyle\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x$.

BONUS

Partie C - Calcul d'une aire plane

Pour déterminer le volume de béton nécessaire à la construction de la piste, l'organisateur doit connaître, sur le profil plan, l'aire de la surface située sous la piste. Pour cela, il découpe cette surface en deux parties.

1. On note O et E les points de coordonnées respectives $O(0\,;0)$ et $E(-6\,;\,0)$, et $\mathscr{S}_1$ l'aire en m^2 du quadrilatère ABOE.
   - **a.** Quelle est la nature du quadrilatère ABOE ?
   - **b.** En déduire la valeur exacte de $\mathscr{S}_1$.
2. On note $\mathscr{S}_2$ l'aire en m^2 de la surface délimitée par la courbe $\mathscr{C}_f$ l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 4$.

   Calculer la valeur exacte de $\mathscr{S}_2$, puis sa valeur arrondie au dm^2. En déduire l'aire totale du profil de la piste, en m^2.

Correction

http://www.apmep.asso.fr/IMG/pdf/STIcivilPolynesiejuin2012corrige.pdf