FEE1 **Devoir Surveillé n ° 3**

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Barème :	**Nom :**
1) 8 pts **2)** 5 pts 3 **)** 3 pts 4 **)** 4 pts	

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …*

Ex 1 :

Lors d'une période de sécheresse, un agriculteur relève la quantité totale (en m 3) utilisée par son exploitation depuis le premier jour et donne le résultat suivant :

Nombre de jours écoulés x_i	1	3	5	8	10
Volume utilisé (en m3) y_i	2,25	4,3	8	17,5	27

Le plan est muni d'un repère orthogonal.
On prendra pour unité sur l'axe des abscisses 1 cm pour 1 jour et sur l'axe des ordonnées 0,5 cm pour 1 m3.
1) Représenter la série $(x_i\,;\,y_i)$.

2) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de la série.
Juger de la qualité d'une approximation linéaire de la relation entre ces deux variables .

3) Donner l'équation de la droite Δ de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés sous la forme $y = ax + b$ (a et b sont les arrondis à 10^{-2} près des valeurs lues sur la calculatrice) . Représenter la droite Δ sur le graphique.

4) Le nuage de points permet d'envisager un ajustement par la parabole P qui passe par des points $A\,(1\,;2{,}25)$ et $B\,(10\,;27)$, et qui a pour équation $y = c\,x^2 + d$ où c et d sont deux nombres réels .
a) Déterminer c et d et donner l'équation de la parabole P.
b) Représenter la parabole P sur le graphique.

5) Dans cette question, on compare les deux ajustements à l'aide du tableau suivant :

x_i	1	3	5	8	10	
y_i	2,25	4,3	8	17,5	27	
$\lvert y_i - (a\,x_i + b)\rvert$	2,54	0,91	2,71			Total T_1 :
$\lvert y_i - (c\,x_i^2 + d)\rvert$	0	0,05	0,25			Total T_2 :

Les deux totaux calculés évaluent, pour chaque ajustement, la somme des écarts entre les ordonnées des points du nuage et les ordonnées des points de même abscisse de l'ajustement.
Donner les arrondis à 10^{-1} près des deux totaux T_1 et T_2 calculés ci-dessus.
Déduire l'ajustement qui paraît le mieux adapté.

Ex 2 :

Un réparateur de bicyclettes a acheté 20% de son stock de pneus à un premier fournisseur, 50 % à un deuxième et le reste à un troisième . Le premier fournisseur produit 70% de pneus sans défaut, le deuxième 90% et le troisième 80%.
On note F_i :« acheter au ième fournisseur » pour $i = 1$, $i = 2$ et $i = 3$ et D : « le pneu est défectueux »
a) Exprimer les probabilités de chacun de ces trois événements.
b) Construire l'arbre de probabilité correspondant.
c) Le réparateur prend au hasard un pneu de son stock . Quelle est la probabilité que le pneu soit avec défaut ?
d) Le pneu choisi est sans défaut . Quelle est la probabilité qu'il vienne du deuxième fournisseur ?

Ex 3 :

On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes.
On considère les événements A : « la carte tirée est une dame» et
B : « la carte tirée est un coeur »
Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Ex 4 :

La roue d'une loterie comporte 12 secteurs identiques dont 8 rapportent 1 euro, 3 rapportent 5 euros et 1 rapporte 10 euros.
Le joueur doit miser 4 euros avant de lancer la roue.
On note G la variable aléatoire représentant le gain obtenu.

1) Déterminer $G(\Omega)$, puis la loi de probabilité de G .
2) Le jeu est-il favorable au joueur ?

Correction :

Ex 1 :

Lors d'une période de sécheresse, un agriculteur relève la quantité totale (en m 3) utilisée par son exploitation depuis le premier jour et donne le résultat suivant :

Nombre de jours écoulés x_i	1	3	5	8	10
Volume utilisé (en m3) y_i	2,25	4,3	8	17,5	27

Le plan est muni d'un repère orthogonal.
On prendra pour unité sur l'axe des abscisses 1 cm pour 1 jour et sur l'axe des ordonnées 0,5 cm pour 1 m3.
1) Représenter la série $(x_i\,;\,y_i)$.

2) Semble-t-il judicieux de procéder pour cette série à un ajustement affine ?

3) Calculer les indicateurs suivants : $\sigma(x)$, $\sigma(y)$ et σ_{xy} . Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de la série.
Juger de la qualité d'une approximation linéaire de la relation entre ces deux variables .

4) Donner l'équation de la droite Δ de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés sous la forme $y=ax+b$ (a et b sont les arrondis à 10^{-2} près des valeurs lues sur la calculatrice) . Représenter la droite Δ sur le graphique.

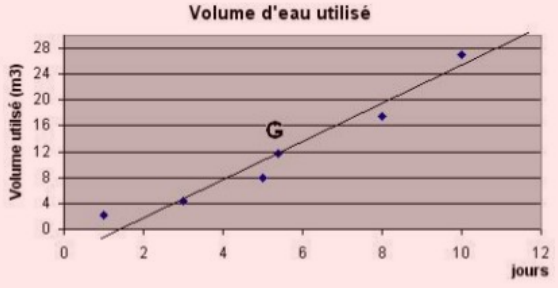
5) Le nuage de points permet d'envisager un ajustement par la parabole P qui passe par des points $A(1\,;2{,}25)$ et $B(10\,;27)$, et qui a pour équation $y=c\,x^2+d$ où c et d sont deux nombres réels .
a) Déterminer c et d et donnez l'équation de la parabole P.
b) Représenter la parabole P sur le graphique.

6) Dans cette question, on compare les deux ajustements à l'aide du tableau suivant :

x_i	1	3	5	8	10	
y_i	2,25	4,3	8	17,5	27	
$\lvert y_i-(a\,x_i+b)\rvert$	2,54	0,91	2,71			Total T_1 :
$\lvert y_i-(c\,x_i^2+d)\rvert$	0	0,05	0,25			Total T_2 :

Les deux totaux calculés évaluent, pour chaque ajustement, la somme des écarts entre les ordonnées des points du nuage et les ordonnées des points de même abscisse de l'ajustement.
Donner les arrondis à 10^{-1} près des deux totaux T_1 et T_2 calculés ci-dessus.
Déduire l'ajustement qui paraît le mieux adapté.

1) Les coordonnées du G sont données par $G\begin{cases} x_G=\bar{x}=\dfrac{\sum x_i}{5}=5,4 \\ y_G=\bar{y}=\dfrac{\sum y_i}{5}=11,81 \end{cases}$



2) L »'équation de la droite Δ des moindres carrés est de la forme $y=ax+b$ avec $a=\dfrac{Cov(x,y)}{V(x)}$ et $G\in\Delta$

On obtient :en utilisant une calculatrice :

L'équation de la droite d'ajustement de y en x est donc $y=2{,}74x-3{,}04$

3) a) Si le point A(1;2,25) appartient à la parabole P d'équation $y=ax^2+b$, alors les coordonnées de ce point vérifient l'équation de la parabole, c'est-à-dire

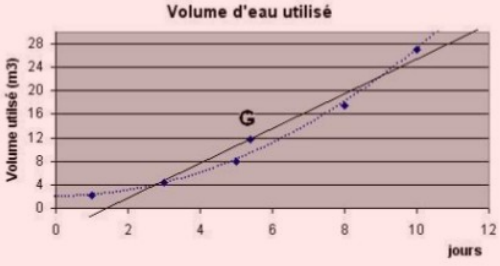
$2{,}25=a\times1^2+b \Leftrightarrow a+b=2{,}25$

De même pour le point B : $27=a\times10^2+b \Leftrightarrow 100a+b=27$

$\begin{cases} a+b=2{,}25 & L_1 \\ 100a+b=27 & L_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2{,}25-a & L_1 \\ 99a=24{,}75 & L_2-L_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2{,}25-0{,}25=2 & L_1 \\ a=0{,}25 & L_2-L_1 \end{cases}$

L'équation de la parabole est donc $y=0{,}25x^2+2$

b)



4)

x_i	1	3	5	8	10	
y_i	2,25	4,3	8	17,5	27	
$\lvert y_i-(ax_i+b)\rvert$	2,54	0,91	2,71	$\lvert 17{,}5-(2{,}74\times8+3{,}04)\rvert=7{,}46$	$\lvert 27-(2{,}74\times10+3{,}04)\rvert=3{,}44$	**Total T_1 : 17,06**
$\lvert y_i-(ax_i^2+b)\rvert$	**0**	0,05	0,25	$\lvert 17{,}5-(0{,}25\times8+2)\rvert=3{,}5$	**0**	**Total T_2 : 3,8**

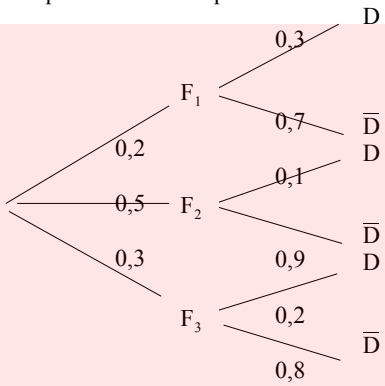
L'ajustement qui paraît le mieux adapté est celui pour lequel la somme des écarts est la plus faible. Il s'agit donc de l'ajustement à l'aide de la parabole P.

Ex 2 :

Un réparateur de bicyclettes a acheté 20% de son stock de pneus à un premier fournisseur, 50 % à un deuxième et le reste à un troisième . Le premier fournisseur produit 70% de pneus sans défaut, le deuxième 90% et le troisième 80%.
On note F_i :« acheter au ième fournisseur » pour $i=1$, $i=2$ et $i=3$ et D : »le pneu est défectueux »
a) Exprimer les probabilités de chacun de ses trois événements.

$P(F_1)=0,2$, $P(F_2)=0,5$ et $P(F_3)=0,3$

b) Construire l'arbre de probabilité correspondant.



c) Le réparateur prend au hasard un pneu de son stock . Quelle est la probabilité que le pneu soit avec défaut ?

$P(D)=P(F_1\cap D)+P(F_2\cap D)+P(F_3\cap D)=0,2\times0,3+0,5\times0,1+0,3\times0,2=0,17$

d) Le pneu choisi est sans défaut . Quelle est la probabilité qu'il vienne du deuxième fournisseur ?

$P_{\overline{D}}(F_2)=\dfrac{P(\overline{D}\cap F_2)}{P(\overline{D})}=\dfrac{0,5\times0,9}{1-0,17}\approx 0,54$

Ex 3 :

On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes.
On considère les événements A : « la carte tirée est une dame» et
B : « la carte tirée est un coeur »
Les événement A et B sont-ils indépendants ?

$P(A)=\dfrac{4}{32}=\dfrac{1}{8}$ $P(B)=\dfrac{8}{32}=\dfrac{1}{4}$ $P(A\cap B)=\dfrac{1}{32}$ $P(A)\times P(B)=\dfrac{1}{8}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{32}$

On a $P(A\cap B)=P(A)P(B)$; les événements A et B sont donc indépendants.

Ex 4 :

La roue d'une loterie comporte 12 secteurs identiques dont 8 rapportent 1 euro, 3 rapportent 5 euros et 1 rapporte 10 euros.
Le joueur doit miser 4 euros avant de lancer la roue.
On note G la variable aléatoire représentant le gain obtenu.

1) Déterminer $G(\Omega)$, puis la loi de probabilité de G .

$G(\Omega)=\{-3;1;6\}$

g_i	-3	1	6
$P(G=g_i)$	$\dfrac{8}{12}$	$\dfrac{3}{12}$	$\dfrac{1}{12}$

2) Le jeu est-il favorable au joueur ?

$E(G)=-3\times\dfrac{8}{12}+1\times\dfrac{3}{12}+6\times\dfrac{1}{12}=-1,25$

Le jeu n'est donc pas favorable au joueur.