AVA1 **Devoir Surveillé n ° 5**

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Barème :	**Nom :**
1) 5 pts 2) 5 pts 3) 10 pts	

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …*

Ex 1 :

Pierre participe à deux loteries . Pour la première, la probabilité de gagner est de $\frac{1}{5}$ et pour la deuxième la probabilité de gagner est de $\frac{1}{6}$. Les événements G_1 :« gagner à la première loterie » et G_2 :« gagner à le deuxième loterie » sont indépendants.

Dans chaque cas exprimer les probabilités sous forme littérale (Par exemple $P(G_1 \cap \overline{G}_2) = ...$) , puis donner le résultat exact.
Quelle est la probabilité que Pierre :
a) gagne aux deux loteries ?
b) gagne à la première loterie ou à la deuxième loterie ?
c) gagne seulement à la deuxième loterie ?
d) ne gagne à aucune des loteries ?

Ex 2 :

Un constructeur de composants électroniques produit des transistors. On admet que la probabilité qu'un transistor produit soit défectueux est de 5×10^{-3} .
On prélève un lot de 500 transistors dans la production et on suppose que le stock de transistors est suffisamment important pour assimiler le prélèvement à un tirage avec remise de 500 transistors. On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 500 transistors, associe le nombre de transistors défectueux.
1) Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2) Calculer la probabilité des événements suivants arrondis au millième.
a) « le lot contient exactement 5 transistors défectueux»
b) « le lot contient au plus 2 transistors défectueux »
c) « le lot contient au moins 3 transistors défectueux »
3) Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.

Ex 3 : Dans cet exercice, tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Partie I :

On dispose d'un dé cubique *A* parfaitement équilibré possédant une face verte, deux faces noires et trois faces rouges.
Un jeu consiste à lancer deux fois de suite et de manière indépendante ce dé. On note à chaque lancer la couleur de la face obtenue.

1. Calculer la probabilité pour qu'à l'issue d'un jeu, les deux faces obtenues soient noires.
2. Soit l'évènement C : « à l'issue d'un jeu, les deux faces obtenues sont de la même couleur ».
   Démontrer que la probabilité de l'évènement C est égale à $\frac{7}{18}$.
3. Calculer la probabilité pour qu'à l'issue d'un jeu, les deux faces obtenues soient de couleurs différentes.
4. À l'issue d'un jeu, sachant que les deux faces obtenues sont de la même couleur, quelle est la probabilité pour que les deux faces obtenues soient vertes ?

Partie II :

On dispose d'un second dé cubique *B* équilibré présentant quatre faces vertes et deux faces noires. Le nouveau jeu se déroule de la manière suivante : on lance le dé B ;

- si la face obtenue est verte, on lance à nouveau le dé *B* et on note la couleur de la face obtenue ;
- si la face obtenue est noire, on lance le dé *A* et on note la couleur de la face obtenue.

1. a. Construire un arbre de probabilités traduisant cette situation.
   b. Quelle est la probabilité d'obtenir une face verte au deuxième lancer, sachant que l'on a obtenu une face verte au premier lancer ?
2. Montrer que la probabilité d'obtenir deux faces vertes est égale à $\frac{4}{9}$.
3. Quelle est la probabilité d'obtenir une face verte au deuxième lancer ?

Ex 1 :

Pierre participe à deux loteries . Pour la première, la probabilité de gagner est de $\frac{1}{5}$ et pour la deuxième la probabilité de gagner est de $\frac{1}{6}$.
Les événements G_1 :« gagner à la première loterie » et G_2 :« gagner à le deuxième loterie » sont indépendants.

Dans chaque cas exprimer les probabilités sous forme littérale (Par exemple $P(G_1 \cap \overline{G_2}) = ...$) , puis donner le résultat exact.
Quelle est la probabilité que Pierre :

a) gagne aux deux loteries ?

G_1 et G_2 sont indépendants . On a donc : $P(G_1 \cap G_2) = P(G_1)P(G_2) = \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$

b) gagne à la première loterie ou à la deuxième loterie ?

$P(G_1 \cup G_2) = P(G_1) + P(G_2) - P(G_1 \cap G_2) = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{30} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

c) gagne seulement à la deuxième loterie ?

$P(\overline{G_1} \cap G_2) = P(\overline{G_1})P(G_2) = \frac{4}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{15}$

d) ne gagne à aucune des loteries ?

$P(\overline{G_1} \cap \overline{G_2}) = P(\overline{G_1})P(\overline{G_2}) = \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{2}{3}$

Ex 2 :

Un constructeur de composants électroniques produit des transistors. On admet que la probabilité qu'un transistor produit soit défectueux est de 5×10^{-3} .
On prélève un lot de 500 transistors dans la production et on suppose que le stock de transistors est suffisamment important pour assimiler le prélèvement à un tirage avec remise de 500 transistors. On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 500 transistors, associe le nombre de transistors défectueux.

1) Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

L'expérience aléatoire consiste en la répétition 500 fois de manière indépendante de l'épreuve de Bernoulli de succès 5×10^{-3} .
X suit une loi binomiale $B(500, 5 \times 10^{-3})$

2) Calculer la probabilité des événements suivants arrondis au millième.

a) « le lot contient exactement 5 transistors défectueux»

$P(X = 5) \approx 0,067$

b) « le lot contient au plus 2 transistors défectueux »

$P(X \leqslant 2) \approx 0,544$

c) « le lot contient au moins 3 transistors défectueux »

$P(X \geqslant 3) = 1 - P(X \leqslant 2) \approx 0,457$

3) Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.

$E(X) = 500 \times 5 \times 10^{-3} = 2,5$
En moyenne il y a 2,5 transistors qui sont défectueux.

Ex3 : corrigé en classe (le DM!)