AUTO1 **Devoir Surveillé n ° 2**

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Barème :	**Nom :**
1) 7 pts **2)** 6 pts 3 **)** 7 pts	

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …*

Ex 1 : Interprétation de Xcas

Voici une capture d'écran réalisée avec le logiciel Xcas.

1) Déterminer l'expression de la fonction f étudiée.

2) Déterminer l'ensemble de définition de f .

3) Interpréter le résultat obtenu avec Xcas.

4) Déterminer le tableau de variation de f .

5) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ (expliquer) et compléter le tableau de variation.

```
f(x):=sqrt(x*e^x)                                   (x)->sqrt(x*exp(x))
a:=deriver(f(x),x)                                  1/2*(e^x+x*e^x)*(sqrt(x*e^x))^-1
b:=simplifier(a)                                    (x*sqrt(x*e^x)+sqrt(x*e^x))/(2x)
c:=factoriser(b)                                    (x+1)*sqrt(x*e^x)/(2x)
```

Ex 2 :

On considère la fonction f dont le tableau de variation est donné ci-dessous.
On note C_f sa représentation graphique dans un repère $(O ; \vec{i} , \vec{j})$.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$	1	↘	$+\infty$ | $-\infty$	↘	2

1) Déterminer l'ensemble de définition de f
2) Déterminer les asymptotes de C_f .
3) Tracer une courbe C_f possible.

Ex 3 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x + 5 + e^{-2x^2+3}$
On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i} , \vec{j})$.

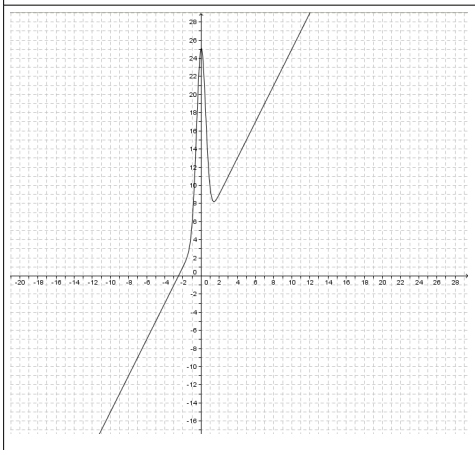
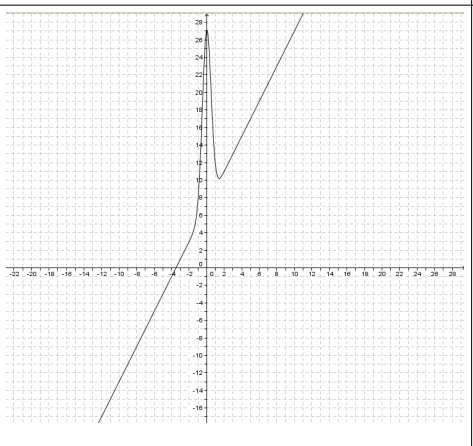
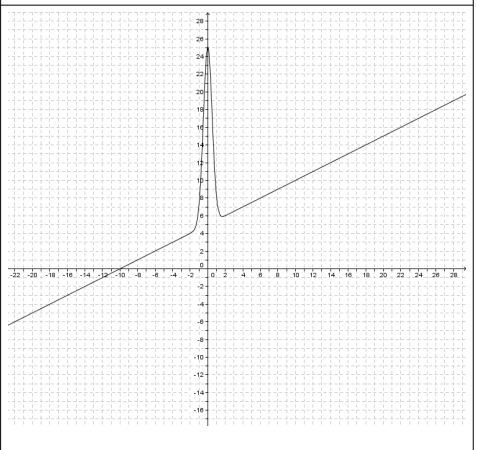
a) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} (-2x^2+3)$

b) En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-2x^2+3}$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x)-(2x+5))$

c) En déduire que C_f admet une asymptote au voisinage de $+\infty$ et donner une équation de cette asymptote.

d) Sans faire la démonstration, que peut-on dire de C_f au voisinage de $-\infty$?

e) Parmi les trois courbes ci-dessous laquelle est susceptible de représenter C_f ?

courbe1	courbe2	courbe3
		

Correction :

Ex 1 : Interprétation de Xcas

Voici une capture d'écran réalisée avec le logiciel Xcas.

f(x):=sqrt(x*e^x)	(x)->sqrt(x*exp(x))
a:=deriver(f(x),x)	$\frac{1}{2}*(e^x+xe^x)\left(\sqrt{xe^x}\right)^{-1}$
b:=simplifier(a)	$\frac{x\sqrt{xe^x}+\sqrt{xe^x}}{2x}$
c:=factoriser(b)	$\frac{(x+1)\sqrt{xe^x}}{2x}$

1) Déterminer l'expression de la fonction f étudiée.

$f(x)=\sqrt{x\,e^x}$

2) Déterminer l'ensemble de définition de f .

$D_f=[0;+\infty[$

3) Interpréter le résultat obtenu avec Xcas.

$f'(x)=\frac{(x+1)\sqrt{x\,e^x}}{2x}$

4) Déterminer le tableau de variation de f .

Sur [0;+ ∞ [, on a $f'(x)\geqslant 0$, donc f est croissante.

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	
f	0 ↗	$+\infty$

5) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (expliquer) et compléter le tableau de variation.

On pose $X=x\,e^x$

On a $\lim\limits_{x\to+\infty} X=+\infty$ (par produit) et $\lim\limits_{X\to+\infty} \sqrt{X}=+\infty$

On a donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

Ex 2 :

On considère la fonction f dont le tableau de variation est donné ci-dessous.

On note C_f sa représentation graphique dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	1 ↘ - ∞	+ ∞ ↘	2

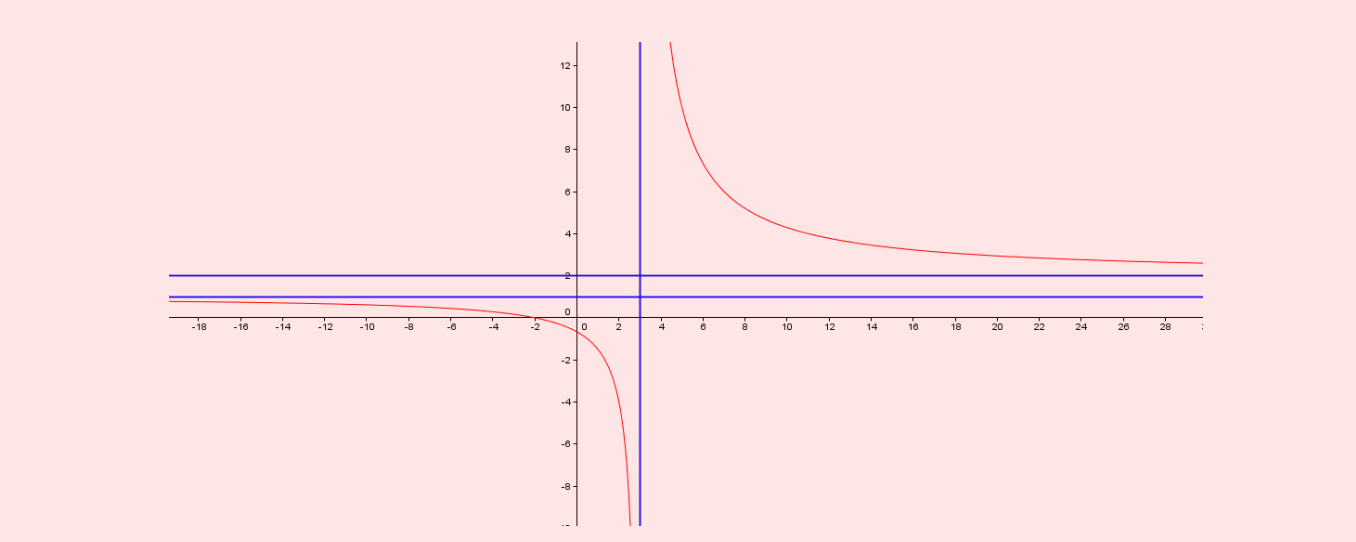
1) Déterminer l'ensemble de définition de f

$D_f=]-\infty;3[\cup]3;+\infty[$

2) Déterminer les asymptotes de C_f .

$d_1: y=1$ en $-\infty$, $d_2: x=3$, $d_3: y=2$ en $+\infty$

3) Tracer une courbe C_f possible.



Ex 3 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x+5+e^{-2x^2+3}$
On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$.

a) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-2x^2+3\right)$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-2x^2+3\right)=-\infty$

b) En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{-2x^2+3}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-(2x+5)\right)$

$\lim\limits_{x\to+\infty}e^{-2x^2+3}=0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-(2x^2+3)\right)=0$

c) En déduire que C_f admet une asymptote au voisinage de $+\infty$ et donner une équation de cette asymptote.

On a $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-(2x^2+3)\right)=0$
On en déduit que la droite d'équation $y=2x+5$ est une asymptote oblique à C_f en $+\infty$

d) Sans faire la démonstration, que peut-on dire de C_f au voisinage de $-\infty$?

La droite d'équation $y=2x+5$ est une asymptote oblique à C_f en - ∞

e) Parmi les trois courbes ci-dessous laquelle est susceptible de représenter C_f ?

courbe1	courbe2	courbe3
