LOGARITHME NÉPÉRIEN

1) DÉFINITION

Rappel :

Pour tout $b \in]0 ; +\infty[$, il existe **un unique** réel a tel que $e^a = b$.
On note $a = \ln b$, ce qui se lit logarithme népérien de b . Ainsi à tout réel x strictement positif, on peut associer un unique réel noté $\ln(x)$.

Définition :

On appelle **fonction logarithme népérien** la fonction qui à un réel x strictement positif, fait correspondre $\ln(x)$.

On écrit souvent $\ln x$ au lieu de $\ln(x)$

Propriétés :

- Pour tout réel x strictement positif, on a $e^{\ln x} =$
- Pour tout réel x , on a $\ln(e^x) =$
- $\ln 1 =$
- $\ln e =$

2) PROPRIÉTÉS ALGÉBRIQUES

Propriétés :

Pour tous réels a et b strictement positifs on a :

- $\ln(a \times b) =$
  On peut généraliser cette propriété à plusieurs nombres.
- $\ln\left(\frac{1}{a}\right) =$
- $\ln\left(\frac{a}{b}\right) =$
- $\ln(\sqrt{a}) =$
- Pour tout $n \in \mathbb{Z}$, $\ln(a^n) =$

3) ÉTUDE DE LA FONCTION LOGARITHME NÉPÉRIEN

Propriété :

La fonction $\ln$ est

La croissance de la fonction ln est lente.
Par exemple : $\ln(10^8) \approx 18{,}42$

Conséquences :

Pour tous réels a et b strictement positifs on a :

- $\ln a = \ln b \Leftrightarrow a = b$
- $\ln a < \ln b \Leftrightarrow a < b$
- $\ln a \leqslant \ln b \Leftrightarrow a \leqslant b$
- $a > 1 \Leftrightarrow \ln a > 0$
- si $0 < a < 1$ alors $\ln a < 0$

Propriété :

La fonction $\ln$ est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ et pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$, on a $\ln'(x) =$

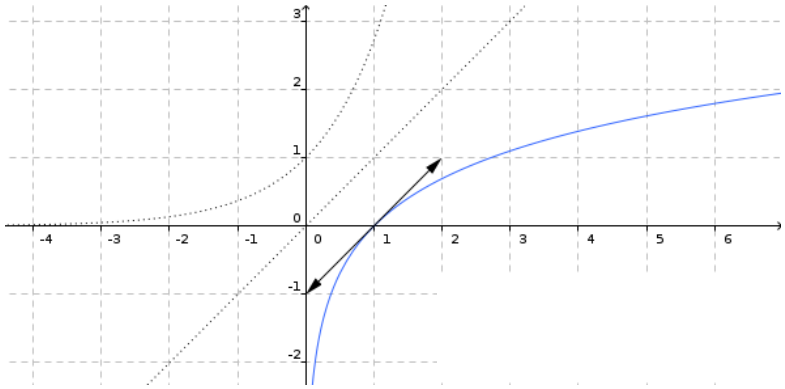
Propriété :

- $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x =$
- $\lim\limits_{x \to 0^+} \ln x =$

Tableau de variations :

x	
ln	

Représentation graphique :



Dans un repère orthonormal, les courbes des fonctions exponentielle et logarithme népérien sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$.

Quelques limites fameuses : $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1+x)}{x} = 1$ $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$ $\lim\limits_{x \to 0^+} x \ln x = 0$

4) DÉRIVÉE DE $x \longmapsto \ln(u(x))$

Propriété :

Soit u une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle I.

La fonction $x \longmapsto \ln(u(x))$ est dérivable sur I, et pour tout $x \in I$, on a : $(\ln(u(x)))' =$