FONCTION EXPONENTIELLE

1) DÉFINITION

Propriété et définition :

Il existe une unique fonction f, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, telle que :

Cette fonction, notée $\exp$, est appelée **fonction exponentielle**.

2) PROPRIÉTÉS ALGÉBRIQUES – NOTATION e^x

Propriété :

Pour tous réels x et y, on a :
$\exp(x+y) =$ (

La fonction exponentielle est donc une fonction transformant une somme en un produit.

Remarque :
La fonction exponentielle est la seule fonction vérifiant :
- f est dérivable sur $\mathbb{R}$
- $f(0) = f'(0) = 1$
- pour tous réels x et y, $f(x+y) = f(x) \times f(y)$

Notation :

On conviendra de noter pour tout réel x : $\exp(x) = e^x$ où $e = \exp(1)$
La fonction exponentielle est alors définie par :

Remarque :
Le nombre $e = \exp(1)$ a pour valeur approchée 2,718.
La notation e^2 a donc une double signification : soit le nombre e élevé au carré, soit le nombre $\exp(2)$. (*Ces deux nombres étant égaux*)
Par contre la notation e^{π} ne peut désigner que le nombre $\exp(\pi)$.

Propriétés

Pour tous réels a et b, on a :

- $e^{a+b} =$
  On peut generaliser cette propriété à plusieurs nombres.
- $e^b \neq 0$ et $e^{-b} =$
- $e^{a-b} =$
- Si n est un entier relatif : $e^{na} =$

3) ÉTUDE DE LA FONCTION EXPONENTIELLE

Propriété :

La fonction exponentielle est définie, continue, dérivable sur $\mathbb{R}$ et $(e^x)' =$

On sait que toute fonction dérivable est continue, donc la fonction exponentielle est continue sur $\mathbb{R}$.

Propriétés :

- $e^0 =$; $e^1 =$
- Pour tout réel x,

Propriété :

La fonction exponentielle est

La fonction exponentielle croît très vite
(par exemple : $e^{50} \approx 5 \times 10^{21}$)

Conséquences :

Pour tous réels a et b
- $a = b \Leftrightarrow e^a = e^b$
- $a < b \Leftrightarrow e^a < e^b$
- $a \leqslant b \Leftrightarrow e^a \leqslant e^b$
- $a > 0 \Leftrightarrow e^a > 1$
- $a < 0 \Leftrightarrow 0 < e^a < 1$

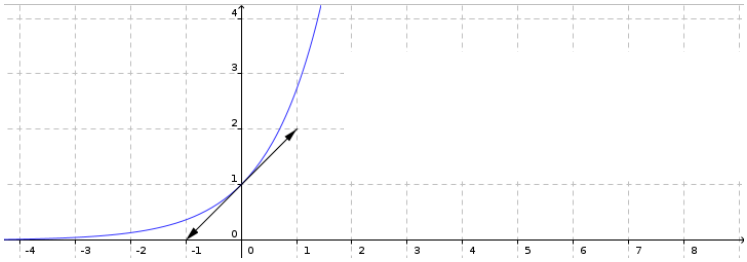
Propriétés :

- $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x =$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x =$

Tableau de variations :

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
exp	

Représentation graphique :



Quelques limites fameuses : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-1}{x}=1$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x}=+\infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty}x\,e^x=0$

4) DÉRIVÉE DE $x\longmapsto e^{u(x)}$

Propriété :

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I.
La fonction $x\longmapsto e^{u(x)}$ est dérivable sur I, et pour tout $x\in I$, on a :

$$\left(e^{u(x)}\right)'=$$