Fonction affines

Exercice 1 :
Transformer les expressions algébriques si-dessous pour reconnaître éventuellement une fonction affine :

a) $f(x)=4(5x+3)-5(2x-1)$ b) $g(x)=\dfrac{-3x+4}{7}$

c) $h(x)=(3x-5)^2-3(x-1)(3x+2)$ d) $i(x)=\dfrac{x}{2}-\left(\dfrac{1}{3x}-\sqrt{3}\right)$

Exercice 2 :
Tracer les représentations graphiques des fonctions affines données par les formules ci-dessous dans repère orthogonal du plan.

a) $f(x)=-2x+4$ b) $g(x)=\dfrac{3}{4}x-2$ c) $h(x)=\dfrac{3x-5}{5}$

Exercice 3 : *Approche d'un signal par une fonction affine par morceaux.*
On désigne par a un nombre réel de l'intervalle $]0;3]$.
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$, périodique de période 5, telle que :

$$f(t)=\begin{cases} a\,t \text{ si } 0\leqslant t<1 \\ (3-a)t+2a-3 \text{ si } 1\leqslant t<2 \\ 3 \text{ si } 2\leqslant t\leqslant 5 \end{cases}$$

On se place dans le cas où $a=2$.
a) Préciser l'écriture de $f(t)$ sur chacun des intervalles $[0;1[$, $[1;2[$ et $[2;5]$
b) Représenter graphiquement la fonction f sur l'intervalle $[0;5]$

Exercice 4 : *Partie entière*
Soit E la fonction qui à tout nombre réel t ,associe le plus grand nombre entier relatif $E(t)$ inférieur ou égal à t.
a) Déterminer $E(1{,}2)$, $E(1)$, $E(0{,}2)$ et $E(-0{,}2)$
b) Tracer dans un repère orthonormal la représentation graphique de la fonction E sur l'intervalle $[-4;4]$.

Second degré

Exercice 5 :
Reconnaître les fonctions trinôme du second degré

a) $x\longmapsto\sqrt{2}x-3x^2+7x$ b) $x\longmapsto\dfrac{2x^2-7}{\sqrt{2}}$

c) $x\longmapsto-\dfrac{x^2(-x+3x^2)}{3x^2}$ d) $x\longmapsto\sqrt{x^2+2}^2-3$

Exercice 6 :
Déterminer la forme canonique de chaque trinôme du second degré.

a) $x\longmapsto x^2-10x+29$ b) $x\longmapsto 9x^2+12x-5$ c) $x\longmapsto\dfrac{1}{3}x^2+6x-1$

Exercice 7 :
Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations ci-dessous, et en déduire la forme factorisée du trinôme correspondant.
Puis vérifier avec la calculatrice.

a) $x^2+x-132=0$ b) $3x^2-6\sqrt{3}x+12=0$

c) $\dfrac{3}{2}x^2-\dfrac{2}{3}x=0$ d) $\dfrac{4}{7}x^2+5=0$

Exercice 8 : *Équation se ramenant à des équations du second degré*
Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations ci-dessous

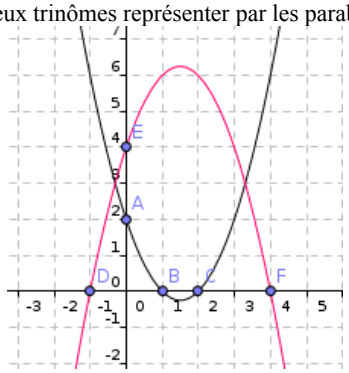
a) $x^4-5x^2+4=0$ b) $\dfrac{x}{2x+3}=\dfrac{x-1}{2x}$

Exercice 9 :
Résoudre dans $\mathbb{R}$, les inéquations ci-dessous.
Vérifier avec les représentations graphiques de la calculatrice.

a) $4x^2+\sqrt{5}x-1<0$ b) $10(3+x)^2+52<0$

c) $(x^2-2x+24)(x^2-1)>0$ d) $\dfrac{x^2-4}{x^2-3x+1}\leqslant 0$

Exercice 10 :
Déterminer les deux trinômes représenter par les paraboles ci-dessous :



Fonction exponentielle

Exercice 11 :
Simplifier les expressions suivantes :

a) $e^{-x}(e^x)^4$ b) $\dfrac{e^{3x}e^{2x}}{4e^x}$ c) $\dfrac{e^{3x}+e^x}{e^x}$ d) $(e^{-3x}-1)^2-(e^{-3x}+1)^2$

Exercice 12 :
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations ci-dessous :

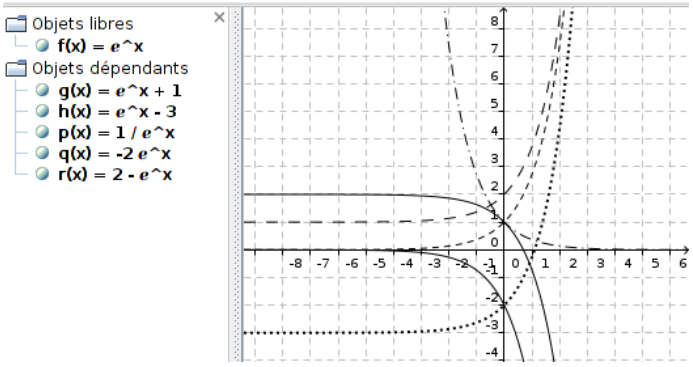
a) $e^{-x}-e^{2x-3}=0$ b) $e^{3x}+9=6$ c) $(e^{4x}-e^2)(e^{-x}-e)<0$

Exercice 13 :
Déterminer dans chaque cas l'ensemble de définition de la fonction f :

a) $f(x)=e^{x^2-2x+1}$ b) $f(x)=\dfrac{1}{e^x}$ c) $f(x)=\dfrac{5e^x-1}{e^x-e^{-x}}$

d) $f(x)=\sqrt{1-e^{3x}}$

Exercice 14 :
Identifier les courbes de chacune des fonctions.



Exercice 15 :
Étudier le signe des fonction suivante $x\longmapsto(-x^2+2x)e^{-x}$

Fonction logarithme

Exercice 16 :
Simplifier

a) $e^{\ln|2|}-e^{\ln|7|}$ b) $3e^{\ln|5|}+5e^{-\ln|3|}$ c) $\ln(2\sqrt{3})+2\ln(\sqrt{3})$

d) $\ln\left(\dfrac{3e^2}{\sqrt{e}}\right)$ e) $\dfrac{\ln(125)}{\ln(25)}$ f) $\dfrac{(\ln(e^3))^2}{\ln(e^4)}$ g) $\ln(1+x)-x-\ln(1+e^{-x})$

Exercice 17 :
Exprimer en fonction de $\ln 2$ et de $\ln 3$:

a) $\ln\left(\dfrac{8}{9}\right)$ b) $\ln\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{27}\right)$ c) $\dfrac{\ln 64}{\ln 81}+\dfrac{\ln 49}{\ln 7}$

Exercice 18 :
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations ci-dessous :

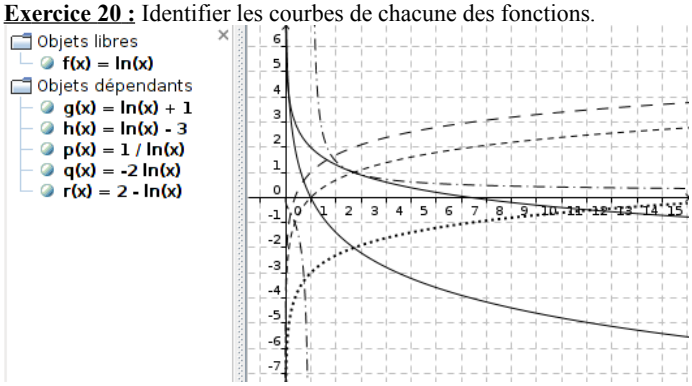
a) $\ln x=-\ln 2$ b) $\ln x=-5$ c) $\ln x<\ln 5$ d) $\ln x\geqslant 5$

e) $12-4e^x=0$ f) $e^{2x}-6e^x-7=0$ g) $5e^x-8>4-e^x$

h) $\ln(3x-8)=5$

Exercice 19 :
Déterminer dans chaque cas l'ensemble de définition de la fonction f :
a) $f(x)=\ln(x^2)-1$ b) $f(x)=\ln(e^x-1)$ c) $f(x)=\ln(x^2-2)$
d) $f(x)=\dfrac{1}{\ln(x+1)}$ e) $f(x)=\ln\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)$

Exercice 20 : Identifier les courbes de chacune des fonctions.



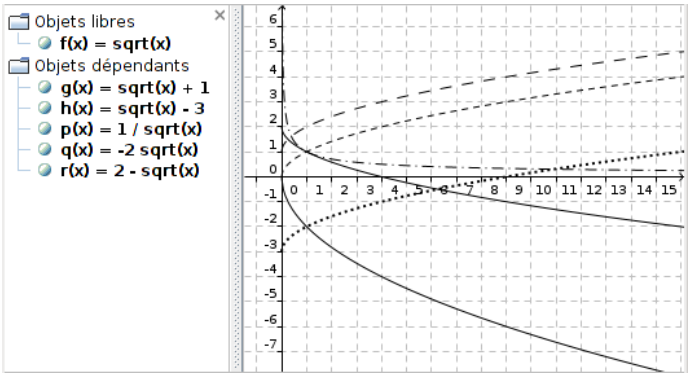
Fonction racine carrée

Exercice 21 :
Simplifier
a) $\sqrt{4^2}$ b) $\sqrt{3^2+4^2}$ c) $\sqrt{4+7}$ d) $\sqrt{a^2+b^2}$

Exercice 22 :
Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ le nombre $3\sqrt{18}+5\sqrt{98}-7\sqrt{72}$

Exercice 23 :
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations ci-dessous :
a) $\sqrt{x}=4$ b) $\sqrt{x-3}=25$ c) $\sqrt{x-2}=-5$ d) $\sqrt{x-3}=2x-1$
e) $\sqrt{x}>9$ f) $\sqrt{2x-3}>16$

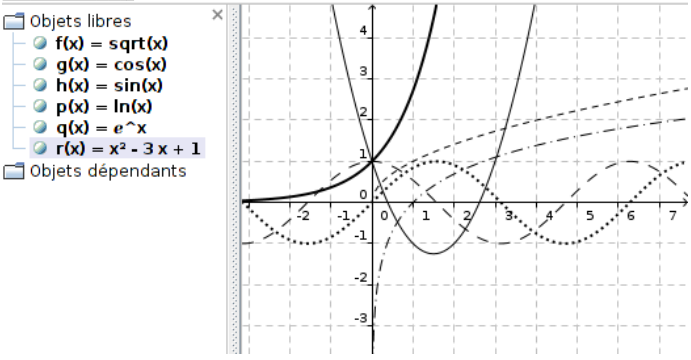
Exercice 24 :
Identifier les courbes de chacune des fonctions.



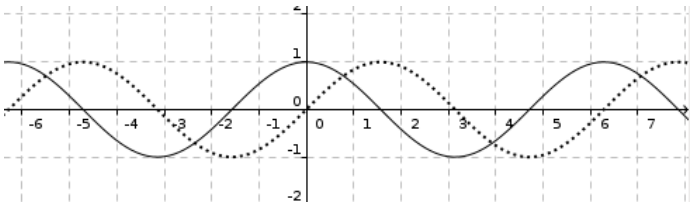
Exercice 25 :
Déterminer dans chaque cas l'ensemble de définition de la fonction f :
a) $f(x)=\sqrt{x-2}$ b) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-3}}$ c) $f(x)=\dfrac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x-5}}$

Fonction sinus et cosinus

Exercice 26 : Identifier les courbes de chacune des fonctions.



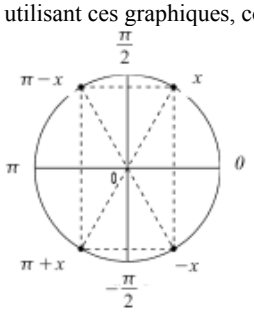
Exercice 27 :
Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
a) $\cos x=1$ b) $\sin x=1$ c) $\cos x=0$ d) $\sin x=0$ e) $\cos x=\sin x$
f) $\sin x=x$

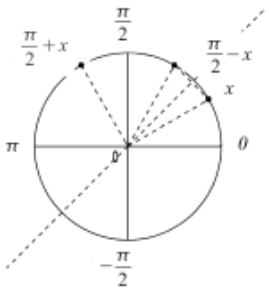


Exercice 28 :
Dans chaque cas, montrer que f est de signe constant :
a) $f(x)=\cos(3x)+2$ b) $f(x)=5-3\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{8}\right)$

Exercice 29 :

a) Compléter . Pour tout $x\in\mathbb{R}$, $\cos^2(x)+\sin^2(x)=$
b) En utilisant ces graphiques, compléter :





$\cos(-x)=$ $\sin(-x)=$ $\cos(\pi-x)=$
$\sin(\pi-x)=$ $\cos(\pi+x)=$ $\sin(\pi+x)=$
$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=$ $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)=$
$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=$ $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)=$

Exercice 30 :
En utilisant un tableur ou une calculatrice, associer les formules correspondantes :

Formules d'addition

$\cos(a+b)$		$\cos a\cos b-\sin a\sin b$
$\sin(a+b)$		$\sin a\cos b-\sin b\cos a$
$\cos(a-b)$		$\cos a\cos b+\sin a\sin b$
$\sin(a-b)$		$\sin a\cos b+\sin b\cos a$

Retrouver alors **les formules de duplication :**

$\sin(2a)=$
$\cos(2a)=$ $=$ $=$

et **les formules de linéarisation :**

$\cos^2(a)=$ $\sin^2(a)=$

Exercice 31 :
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ci-dessous :
Vérifier graphiquement avec la calculatrice.

a) $\cos(2x)=\cos(3x-1)$ b) $\sin(3x)=\sin(x+2)$

Exercice 32 : *la fonction tangente*
Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{\sin x}{\cos x}$
a) Déterminer l'ensemble de définition de f
b) f est-elle paire ? Impaire ? Ni l'un ni l'autre ?
c) Démontrer que f est périodique de période π.
d) Représenter graphiquement f sur la calculatrice.