VARIABLES ALÉATOIRES DISCRÈTES (généralités)

Exercice 1 : ***Vrai ou faux***

On considère une expérience aléatoire d'univers Ω.

1) Une variable aléatoire est une fonction de Ω dans $\mathbb{R}$.

2) Une variable aléatoire ne prend que des valeurs entières.

3) Une variable aléatoire ne prend que des valeurs comprises entre 0 et 1.

4) Les ensembles Ω et $X(\Omega)$ ont le même nombre d'éléments.

5) Si x_1 et x_2 sont deux valeurs distinctes prises par une variable aléatoire X, alors les événements $(X=x_1)$ et $(X=x_2)$ sont incompatibles.

On considère deux variables aléatoires X et Y définies sur Ω.

6) La loi de probabilité de X est une fonction définie sur Ω.

7) Le tableau de valeurs ci-dessous est celui de la loi de probabilité d'une variable aléatoire X :

x_i	-0,15	0,2	0,3	14
$P(x=x_i)$	0,2	0,4	0,1	0,3

8) Le tableau de valeurs ci-dessous est celui de la loi de probabilité d'une variable aléatoire X :

x_i	0,005	0,2	3,7	14
$P(x=x_i)$	0,2	0,4	0,15	0,3

9) On peut définir sur Ω une infinité de variables aléatoires.

10) Les ensembles $X(\Omega)$ et $Y(\Omega)$ ont le même nombre d'éléments.

11) Si on appelle x_i les valeurs prises par X et y_j les valeurs prises par Y, alors $\Sigma P(X=x_i)=\Sigma P(Y=y_j)$

12) L'espérance $E(X)$ est un réel compris entre 0 et 1.

13) L'espérance $E(X)$ est un réel positif.

14) La variance $V(X)$ est un réel positif.

15) On a toujours $V(X)\geqslant\sigma(X)$

Exercice 2 : ***Définir plusieurs variables aléatoires à partir d'une expérience.***

On lance cinq fois de suite une pièce de monnaie.
Déterminer, à partir de cette expérience aléatoire, deux variables aléatoires ainsi que les ensembles des valeurs prises par ces variables aléatoires.

Exercice 3 :

On choisit aléatoirement un entier compris entre 1 et 20 :
- s'il est premier on gagne 3 euros.
- si c'est un multiple de 4, on gagne un euro.
- sinon, on perd deux euros.

Déterminer la loi de probabilité de X.

Exercice 4 :

Une urne contient deux boules blanches et une boule rouge.
On tire deux boules de l'urne successivement et avec remise . On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de boules blanches tirées.

1) Déterminer la loi de probabilité de X.

2) Représenter graphiquement X.

3) Reprendre les questions dans le cas de tirages sans remise.

Exercice 5 :

On lance deux dés tétraédriques numérotés de 1 à 4.
On appelle X la variable aléatoire égale à la somme des résultats des deux dés.

1) Déterminer la loi de probabilité de X.

2) Représenter graphiquement X.

Exercice 6 :

Une variable aléatoire X admet la loi de probabilité suivante :

x_i	-2,1	-0,8	3,4	5,7	8
$P(x=x_i)$	0,24	0,17	0,35	0,09	0,15

Calculer l'espérance, la variance et l'écart type de X.

Exercice 7 :

1) Définir sur $\Omega=\{0;2;5\}$ une loi de probabilité dont l'espérance est 2.

2) Peut-on définir sur Ω une loi de probabilité dont l'espérance est nulle ?

Exercice 8 :

La roue d'une loterie comporte 10 secteurs identiques dont 4 rapportent 1 euro, 5 rapportent 3 euros et 1 rapporte 10 euros.
Le joueur doit miser 3 euros avant de lancer la roue.

1) Le jeu est-il favorable au joueur ?
2) Déterminer le montant de la mise pour que le jeu soit équitable.
3) Avec cette nouvelle mise, les gains du jeu sont-ils plus dispersés qu'avant ou non ?

Exercice 9 :

On joue à « pile ou face » et on considère deux règles de jeu différentes.
- Règle 1 : si on obtient face on gagne 1 euro sinon on perd 1 euro
- Règle 2 : si on obtient face on gagne 1000 euros sinon on perd 1000 euros

1) Justifier que ces deux jeux sont équitables.

2) Auquel des deux jeux joueriez-vous ?
Quel calcul permet de mesurer le risque ?