Conditionnement

Exercice 1 :

A et B sont deux événements de probabilité non nulle.
Quelle sont les différentes manières de calculer $P(A\cap B)$?

Exercice 2 : Vrai ou faux

a) Si $P(A)=0,3$ et $P(B)=0,7$, alors $B=\overline{A}$

b) Si $P(A)=0,2$ et $P(B)=0,6$, alors $P(A\cap B)=0,12$

c) Si $P(A)=0,2$ et $P_A(B)=0,3$, alors $P(B)=0,06$

d) Si $P(A)=0,2$ et $P_A(B)=0,3$ et $P_{\overline{A}}(B)=0,8$, alors $P(B)=0,7$

e) Si $P(A)=0,2$ et $P_A(B)=0,3$ et $P(B)=0,8$, alors $P(A\cup B)=0,54$

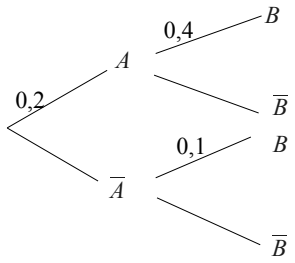
Exercice 3 :

A partir du tableau suivant, déterminer :
a) $P(A)$ b) $P(B)$ c) $P(A\cap B)$ d) $P_A(B)$ e) $P_B(A)$ f) $P(\overline{A}\cap B)$

$\cap$	A	$\overline{A}$	Total
B	0,06		0,2
$\overline{B}$			
Total	0,7		1

Exercice 4 :

A partir de l'arbre suivant déterminer :
a) $P(A)$ b) $P_A(B)$ c) $P(A\cap B)$ d) $P(\overline{A}\cap B)$ e) $P_A(\overline{B})$



Exercice 5 :

A et B sont deux événements d'un même univers Ω.
a) On a $P(A)=\frac{1}{2}$, $P(B)=\frac{1}{3}$ et $P(A\cap B)=\frac{1}{4}$.
Calculer $P_A(B)$, $P_B(A)$ et $P(A\cup B)$

b) On a maintenant $P(A)=\frac{1}{4}$, $P(B)=\frac{1}{3}$ et $P(A\cup B)=\frac{5}{12}$.
Calculer $P(A\cap B)$, $P_B(A)$ et $P_A(B)$.
En déduire $P(\overline{A}\cap B)$, $P_{\overline{A}}(B)$, $P(A\cap\overline{B})$ et $P_{\overline{B}}(A)$

Exercice 6 :

Dans une réunion, on compte 18 femmes et 24 hommes.
12 personnes portent des lunettes dont le quart sont des femmes.
On choisit au hasard une personne de la réunion.
On note A l'événement « la personne choisie est un homme » et B l'événement « la personne choisie porte des lunettes »

a) Calculer $P(A)$ et $P(B)$

b) Représenter la situation à l'aide d'un arbre.

c) les hypothèses connues permettent-elles de déterminer $P(A\cap B)$, $P_A(B)$ et $P_B(A)$?

Exercice 7 :

Dans un lot de 100 pièces de monnaie toutes de même apparence ont été mélangées 60 pièces équilibrées et 40 pièces truquées.
La probabilité d'apparition de « FACE » lors d'un jet d'une pièce truquée est de $\frac{3}{4}$. La probabilité d'apparition de « FACE » lors d'un jet d'une pièce équilibrée est de $\frac{1}{2}$.
On prend une pièce au hasard dans ce lot et on la lance .
On note T : « la pièce est truquée » et F : « on obtient FACE »

1) Calculer la probabilité d'avoir pris une pièce truquée.

2) Faire un arbre illustrant la situation.

3) a) Calculer la probabilité d'obtenir une pièce truquée et de tomber sur FACE.
b) Calculer la probabilité de tomber sur FACE.

4) La pièce est tombée sur FACE . Quelle est la probabilité qu'elle soit truquée ?

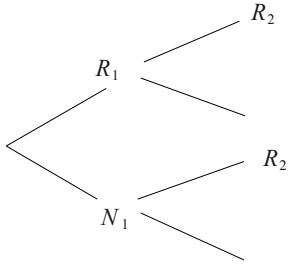
Exercice 8 :

Une urne contient 3 boules rouges et 7 boules noires.
1) On tire au hasard une boule de l'urne . Quelle est la probabilité qu'elle soit rouge ?

2) On tire au hasard une deuxième boule de l'urne sans avoir remis la première.
a) Si la première boule tirée est rouge, quelle est la probabilité de tirer une boule rouge au deuxième tirage ?

b) Si la première boule tirée est noire, quelle est la probabilité de tirer une boule rouge au deuxième tirage ?

c) Compléter l'arbre suivant :



d) Quelle est la probabilité d'obtenir deux boules noires ? Deux boules rouges ? Deux boules de la même couleur ?

e) Quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge au deuxième tirage ?

f) La deuxième boule est noire . Quelle est la probabilité d'avoir obtenu une boule rouge au premier tirage ?

Exercice 9 :

Un réparateur de bicyclettes a acheté 30% de son stock de pneus à un premier fournisseur, 40 % à un deuxième et le reste à un troisième . Le premier fournisseur produit 80% de pneus sans défaut, le deuxième 95% et le troisième 85%.
a) Montrer que les trois événements F_i :« acheter au ième fournisseur » pour $i=1$, $i=2$ et $i=3$ forment une partition de l'univers.

b) Exprimer les probabilités de chacun de ses trois événements.

c) Construire l'arbre de probabilité correspondant.

d) Le réparateur prend au hasard un pneu de son stock . Quelle est la probabilité que le pneu soit sans défaut ?

e) Le pneu choisi est sans défaut . Quelle est la probabilité qu'il vienne du premier fournisseur ?

Exercice 10 :

Le personnel d'un grand hôpital est réparti en trois catégories : les médecins, les soignants (non médecins) et les personnels AT (administratif ou technique).
12% du personnel sont des médecins et 71% sont des soignants. 67% des médecins sont des hommes et 92% des soignants sont des femmes.
On interroge au hasard un membre du personnel de cet hôpital.

a) Quelle est la probabilité d'interroger une femme soignante ?

b) Quelle est la probabilité d'interroger une femme médecin ?

c) On sait que 80% du personnel AT est féminin.

Calculer la probabilité d'interroger une femme AT.
En déduire la probabilité d'interroger une femme sachant que la personne interrogée fait partie du personnel AT.

Indépendance

Exercice 11 :

A et B sont deux événements d'un même univers Ω.
a) Si A et B sont incompatibles, sont-ils indépendants ?
b) Si A et B sont indépendants, sont-ils incompatibles?
c) Si $P(A)=0$, A et B sont-ils indépendants ?

Exercice 12 : Vrai ou faux

A et B sont deux événements indépendants d'un même univers Ω.
a) Si $P(A)=0{,}2$ et $P(B)=0{,}6$, alors $P(A\cap B)=0{,}12$

b) Si $P(A)=0{,}3$ et $P(B)=0{,}6$, alors $P(A\cup B)=0{,}72$

c) Si $P(A)=0{,}3$ et $P(B)=0{,}4$, alors $P(\overline{A}\cap B)=0{,}88$

d) Si $P(A)=0{,}3$ et $P(B)=0{,}8$, alors $P(\overline{A}\cup B)=0{,}78$

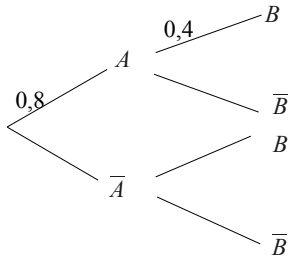
Exercice 13 :

A et B sont deux événements indépendants d'un même univers Ω .
Compléter le tableau suivant.

$\cap$	A	$\overline{A}$	Total
B			0,2
$\overline{B}$			
Total	0,7		1

Exercice 14 :

A et B sont deux événements indépendants d'un même univers Ω .
Compléter l'arbre suivant.



Exercice 15 :

On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes.
On considère les événements A : « la carte tirée est un Roi » et B : « la carte tirée est un Pique »
Les événement A et B sont-ils indépendants ?

Exercice 16 :

Pierre participe à deux loteries . Pour la première, la probabilité de gagner est de $\frac{1}{3}$ et pour la deuxième la probabilité de gagner est de $\frac{1}{4}$.
Les événements « gagner à la première loterie » et »« gagner à le deuxième loterie » sont indépendants.

Quelle est la probabilité que Pierre :

a) gagne aux deux loteries ?

b) gagne seulement à la première loterie ?

c) ne gagne à aucune des loteries ?

Exercice 17 :

On dispose de deux urnes U1 et U2.
L'urne U1 contient 3 boules rouges, 2 boules noires et 5 boules vertes.
L'urne U2 contient 4 boules rouges, 4 boules noires et 2 boules vertes.
L'expérience aléatoire consiste à tirer au hasard une boule de chaque urne et de noter leur couleur . Les tirages sont indépendants.
On appelle R_i, V_i et N_i les événements : on tire une boule respectivement Rouge, Verte, Noire de l'urne U_i, pour $i=1$ ou $i=2$.

a) Calculer les probabilités des événements R_i, V_i et N_i pour $i=1$ ou $i=2$.

b) Construire un arbre.

c) Déterminer la probabilité que les deux boules soient de la même couleur.

Exercice 18 :

Une entreprise A est spécialisée dans la fabrication en série d'un article . Un contrôle de qualité a montré que chaque article produit par l'entreprise A pouvait présenter deux types de défaut : un défaut de soudure avec une probabilité égale à 0,03 et un défaut sur un composant électronique avec une probabilité égale à 0,02.
Le contrôle a montré aussi que les deux défauts étaient indépendants.
Un article est dit défectueux s'il présente au moins l'un des deux défauts.

Calculer la probabilité qu'un article fabriqué par l'entreprise A soit défectueux.

Exercice 19 :

On dispose d'une pièce parfaitement équilibrée et on la jette successivement trois fois.
On appelle A l'événement « obtenir pile au premier jet » , B l'événement « obtenir face au deuxième jet » et C l'événement « obtenir face au troisième jet ».

a) Les événements A, B, C sont-ils deux à deux indépendants ?

b) Trouver la probabilité de l'événement $A\cap B\cap C$