PRIMITIVES

Exercice 1 :

Dans chacun des cas suivants, déterminer les primitives F de f sur l'intervalle I indiqué.

a) $f(x)=x^2-\dfrac{1}{x^2}$ sur $I=[-1;0[$

b) $f(x)=2e^x-1-2x^3$ sur $I=\mathbb{R}$

c) $f(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x}$ sur $I=]0;2[$

d) $f(x)=-\dfrac{7}{x^3}$ sur $I=]-\infty;0[$

e) $f(x)=\dfrac{1}{x+2}$ sur $I=]-\infty;-2[$

f) $f(x)=x^2e^{x^3}$ sur $I=\mathbb{R}$

g) $f(x)=x^3(x^4+1)^{10}$ sur $I=]1;7]$

h) $f(x)=\dfrac{2}{3x+5}$ sur $I=\mathbb{R}$

i) $f(x)=e^{7x+2}+3e^{-2x}$ sur $I=[-1;1]$

j) $f(x)=2\cos(3x+5)-\sin(2x-4)$ sur $I=\mathbb{R}$

k) $f(x)=\dfrac{x}{(x^2-1)^6}$ sur $I=[2;4]$

l) $f(x)=\dfrac{x^4}{x^5+3}$ sur $I=[-1;1]$

Exercice 2 : ***Utilisation de Xcas***

```
F(x):=-e^x/sqrt(e^x+5)+k
```

$$x \to \frac{-\exp(x)}{\sqrt{\exp(x)+5}}+k$$

```
factoriser(deriver(F(x),x))
```

$$\frac{(-\exp(x)*(\exp(x)+10))*(\sqrt{\exp(x)+5})}{2*(\exp(x)+5)^2}$$

```
solve(F(0)=0,k);
simplifier(solve(F(ln(5))=5,k));
```

$$\left(\left[\frac{1}{\sqrt{6}}\right],\left[\frac{\sqrt{10}+10}{2}\right]\right)$$

a) Déterminer les primitives sur $\mathbb{R}$ de $f(x)=\dfrac{-e^x(e^x+10)\sqrt{e^x+5}}{2(e^x+5)^2}$

b) Déterminer la primitive F de f vérifiant $F(0)=0$.

c) Déterminer la primitive G de f vérifiant $G(\ln(5))=5$

Exercice 3 :

Dans chacun des cas suivants, déterminer la primitive F de f sur l'intervalle I qui vérifie la condition donnée.

a) $f(x)=\dfrac{1}{(4x+3)^2}$ et $F(0)=0$ sur $I=\left]-\dfrac{3}{4};+\infty\right[$

b) $f(x)=2\cos(3x)$ et $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=0$ sur $I=\mathbb{R}$

Exercice 4 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2(x+1)^{2015}$

a) Déterminer trois réels a, b et c tels que :

$$\forall x\in\mathbb{R},\ x^2=a(x+1)^2+b(x+1)+c$$

b) En déduire les primitives de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 5 :

1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\sin x\cos^2 x$

Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de f.

2) On se propose de déterminer une primitive G de la fonction g définie par $g(x)=\sin^3 x$.

a) Montrer que $g(x)=\sin(x)(1-\cos^2 x)$

b) En déduire une primitive G de g.

3) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=\sin^2 x$.

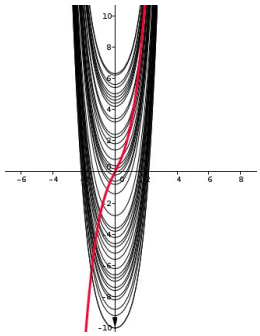
Sachant que, pour tout $x\in\mathbb{R}$, $\cos(2x)=1-2\sin^2 x$, déterminer une primitive H de h sur $\mathbb{R}$.

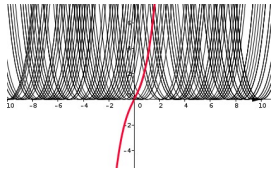
Exercice 6 :

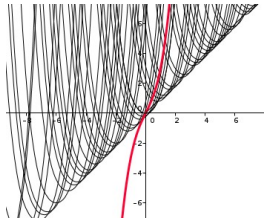
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3+2x$.

On a représenté avec GeoGebra les courbes représentatives des primitives de la fonction f.

Choisir la bonne représentation.





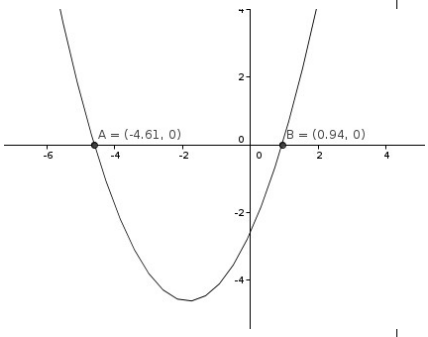


Exercice 7 :

La courbe ci-contre est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

On note F une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

Montrer que F admet deux extremums locaux.



Exercice 8 :

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]-4;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x^2+8x+7}{(x+4)^2}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.

1) a) Déterminer la limite de la fonction f en -4.

b) En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe C_f dont on précisera l'équation.

c) Déterminer la limite de f en $+\infty$.

d) En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe C_f dont on précisera l'équation.

2) a) Vérifier que la dérivée de la fonction f est définie par $f'(x)=\dfrac{18}{(x+4)^3}$

b) Étudier son signe et dresser le tableau de variation de la fonction f.

3) Calculer les coordonnées des points d'intersection de C_f avec les axes du repère.

4)a) Sans en déterminer l'équation, tracer dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ la tangente à C_f au point d'abscisse -1.

b) Tracer ensuite les asymptotes déterminées à la question 1, puis la courbe C_f.

5)a) Montrer que, pour tout $x\in]-4;+\infty[$, on a $f(x)=1-\dfrac{9}{(x+4)^2}$

b) En déduire la primitive F de f sur $]-4;+\infty[$ dont la courbe représentative passe par le point de coordonnées $(-1;0)$